تعريف الدائرة: هي مجموعة نقط المستوى التي تبعد بعد ثابت عن نقطة ثابتة في المستوى تسمى هذه النقطة الثابتة "مركز الدائرة" والبعد الثابت "طول نصف قطر الدائرة"

ملاحظات هامة

- نصف قطر الدائرة: هو قطعة مستقيمة طرفاها مركز الدائرة وأي نقطة على الدائرة
- سطح الدائرة: هو مجموعة نقط الدائرة ∪ مجموعة النقط داخل الدائرة
- وتر الدائرة: هو القطعة المستقيمة التي طرفاها أي نقطتين على الدائرة
- قطر الدائرة: هو الوتر المار بمركز الدائرة
- كل مستقيم يمر بمركز الدائرة هو محور تماثل لها
- الدائرة لها عدد لا نهائي من محاور التماثل
- محيط الدائرة = ٢ π نق ، مساحة الدائرة = π نق²

نتائج هامة

(١) المستقيم المار بمركز الدائرة ومنتصف أي وتر فيها يكون عمودي على هذا الوتر

(٢) المستقيم المار بمركز الدائرة عمودياً على أي وتر فيها ينصف هذا الوتر

(٣) المستقيم العمودي على أي وتر في الدائرة من منتصفه يمر بمركز الدائرة

موضع نقطة بالنسبة لدائرة:

إذا كانت دائرة م ، طول نصف قطرها نق ، أ نقطة:

- أ تقع خارج الدائرة إذا كان م أ > نق
- أ تقع على الدائرة إذا كان م أ = نق
- أ تقع داخل الدائرة إذا كان م أ < نق
- م أ = صفر ∴ أ تنطبق على مركز الدائرة

موضع مستقيم بالنسبة لدائرة:

م دائرة ، طول نصف قطرها نق ، ل مستقيم في مستواها ، م أ ⊥ المستقيم ل (م أ هو طول العمود النازل من مركز الدائرة على المستقيم ل)

- المستقيم ل يقع خارج الدائرة إذا كان م أ > نق
- المستقيم ل مماسا للدائرة إذا كان م أ = نق
- المستقيم ل يكون قاطع للدائرة إذا كان م أ < نق
- إذا كان م أ = صفر فإن ل يمر بمركز الدائرة (أي محور تماثل لها)

ملاحظات هامة

- المماس لدائرة يكون عمودي على نصف القطر المرسوم من نقطة التماس
- المستقيم العمودي على قطر الدائرة من إحدى نهايتيه يكون مماسا لها
- المماسان المرسومان من نهايتي قطر في دائرة متوازيان

موضع دائرة بالنسبة لدائرة أخرى



ملاحظات هامة

- خط المركزين لدائرتين متماستين يمر بنقطة التماس ويكون عموديا على المماس المشترك عند نقطة التماس
- خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عمودياً على الوتر المشترك وينصفه

تعيين دائرة

- يمكن رسم عدد لا نهائي من الدوائر تمر بنقطة واحدة
- يمكن رسم عدد لا نهائي من الدوائر تمر بنقطتين أ ، ب
- إذا كان نق > نصف $\overline{أب}$ فإنه يمكن رسم دائرتين فقط
- إذا كان نق = نصف $\overline{أب}$ فإنه يمكن رسم دائرة واحدة تمر بالنقطتين أ ، ب (وهي أصغر دائرة)
- إذا كان نق < نصف $\overline{أب}$ فإنه لا يمكن رسم دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب
- يمكن رسم دائرة وحيدة تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة
- لا يمكن رسم دائرة تمر بثلاث نقط على استقامة واحدة

ملاحظات:

- الدائرة التي تمر برؤوس △ تسمى دائرة خارجة لهذا المثلث
- مركز الدائرة الخارجة عن المثلث هو نقطة تقاطع محاور أضلاعه
- مركز الدائرة الخارجة للمثلث الحاد الزوايا يقع داخل المثلث
- مركز الدائرة الخارجة للمثلث القائم يقع في منتصف وتر المثلث
- مركز الدائرة الخارجة عن المثلث المنفرج الزاوية يقع خارج المثلث

نظرية: الأوتار المتساوية في الطول في دائرة على أبعاد متساوية من مركزها

نتيجة: الأوتار المتساوية في الطول في الدوائر المتطابقة على أبعاد متساوية من المركز

الدرس الأول 1 — تساوى مساحتى متوازيي أضلاع

تذكر أن

متوازى الأضلاع: هو شكل رباعى فيه كل ضلعان متقابلان متوازيان

خواص متوازى الأضلاع

١ كل ضعان متقابلان متوازيان ومتساويان في الطول

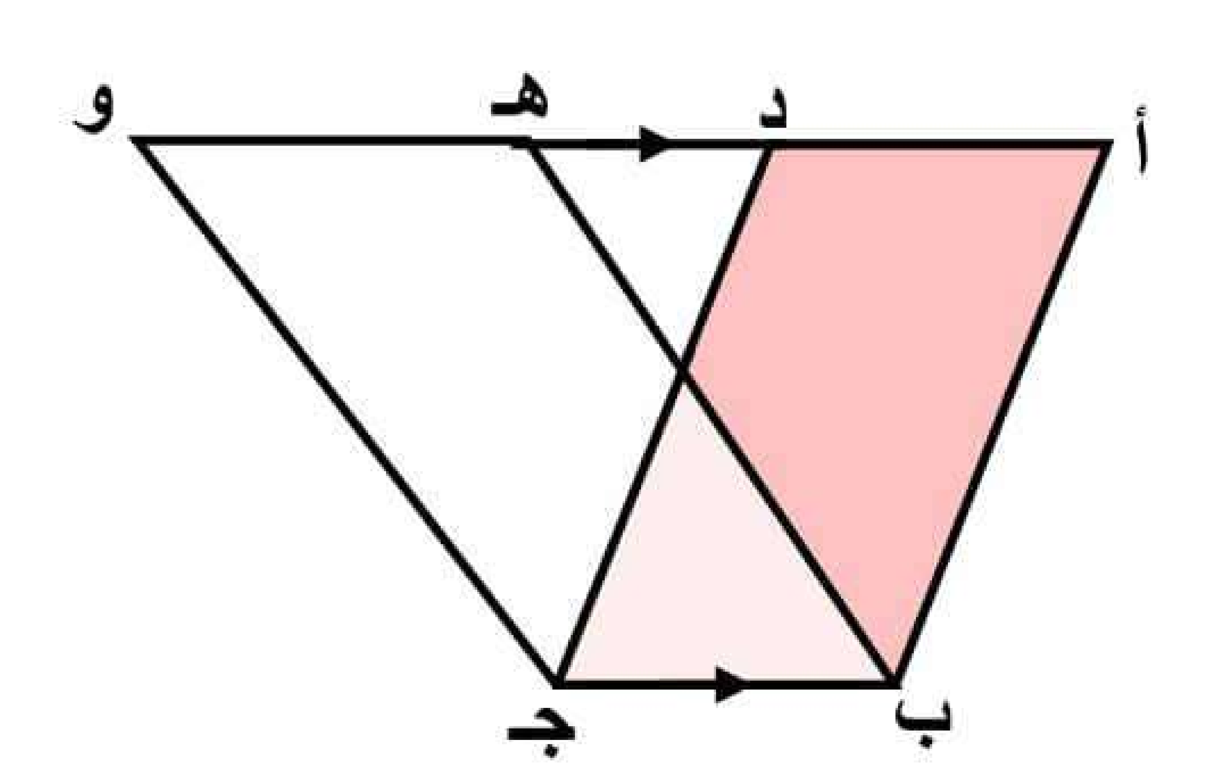
٢ كل زاويتان متقابلتان متساويتان في القياس

٣ كل زاويتان متتاليتان متكاملتان (مجموعهما ١٨٠)

٤ القطران ينصف كل منهما الآخر

نظرية ١

سطحا متوازيي الأضلاع المشتركين في قاعدة واحدة ومحصوران بين مستقيمين متوازيين (أحدهما يحمل هذه القاعدة) **متساويان في المساحة**



∵ $\overline{بجـ}$ قاعدة مشتركة

، ∵ $\overline{أو}$ // $\overline{بجـ}$

∴ مساحة ▱أ ب جـ د = مساحة ▱هـ ب جـ و

نتيجة ١

متوازيات الأضلاع المحصورة بين مستقيمين متوازيين وقواعدها (التي على أحد هذين المستقيمين) متساوية في الطول تكون **متساويان في المساحة**

ل س ن هـ د أ
ع ص م و جـ ب

∵ ب جـ = هـ ن = ص ع (قواعد متساوية)

∵ $\overline{أل}$ // $\overline{بع}$

∴ مساحة ▱أ ب جـ د = مساحة ▱هـ و م ن

= مساحة ▱س ص ع ل

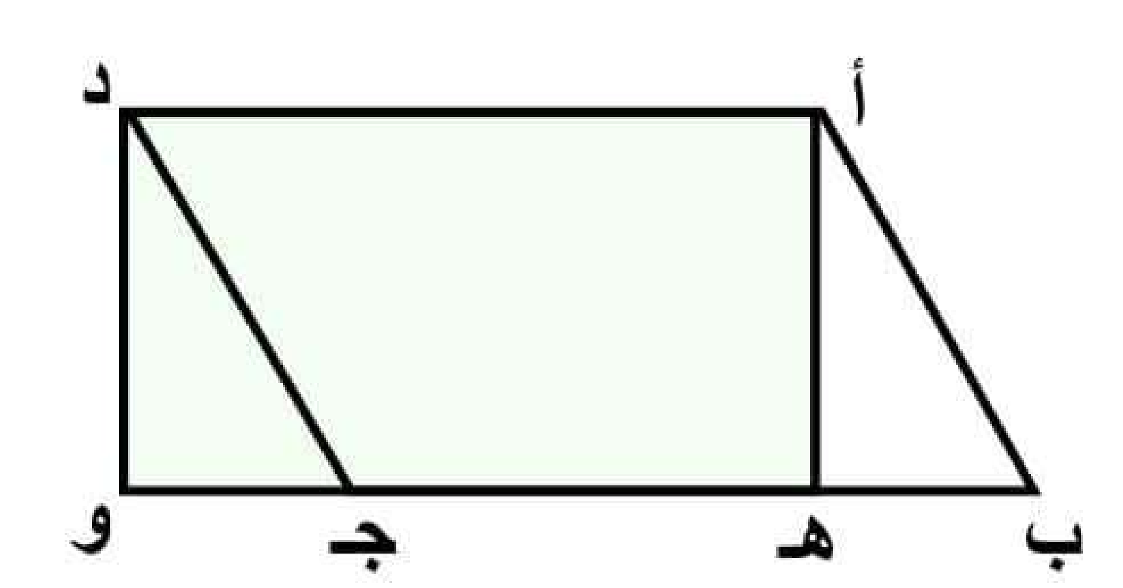
نتيجة ٢

مساحة سطح متوازى الأضلاع تساوى مساحة سطح المستطيل المشترك معه في القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين

∵ $\overline{\text{أ د}}$ قاعدة مشتركة

∵ $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب و}}$

∴ مساحة ▱ أ ب جـ د = مساحة ▭ أ هـ و د



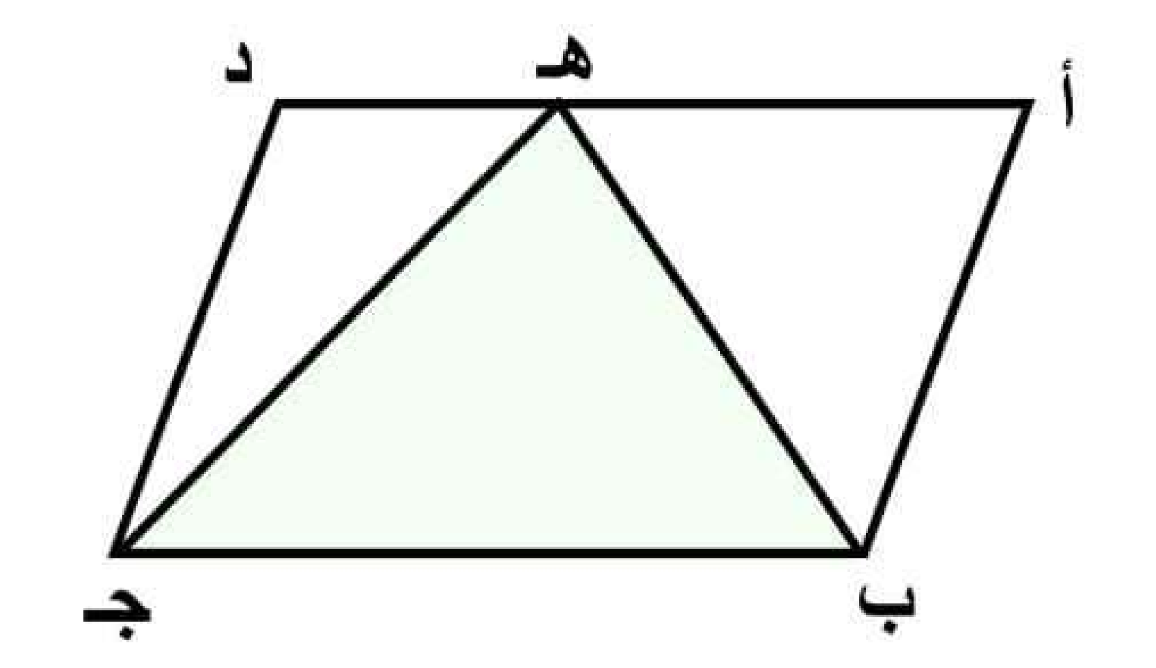
نتيجة ٣

مساحة سطح المثلث تساوى نصف مساحة سطح متوازى الأضلاع المشترك معه في القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين

∵ $\overline{\text{ب جـ}}$ قاعدة مشتركة

∵ $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

∴ مساحة △ هـ ب جـ = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب جـ د

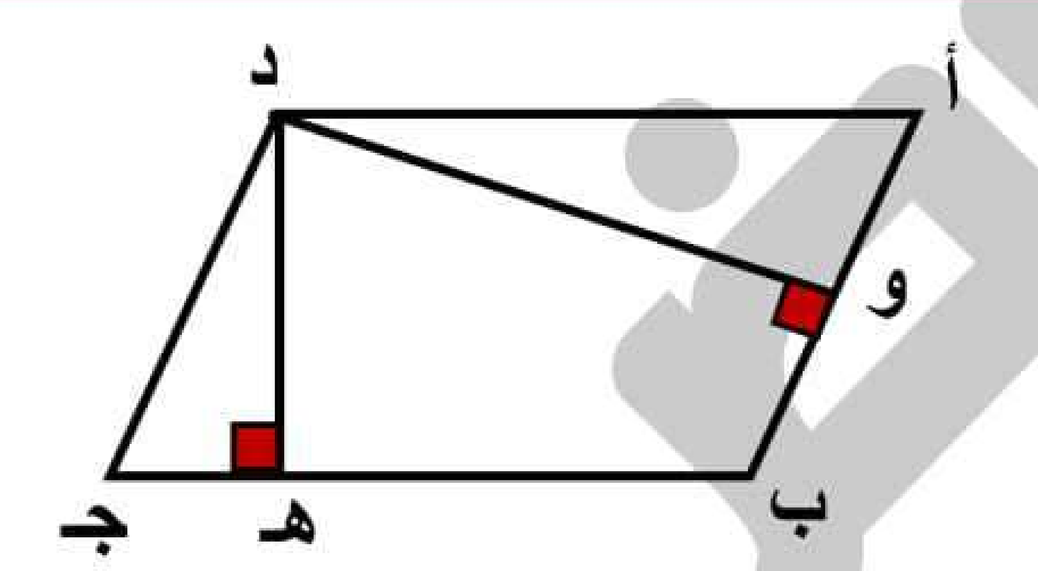


نتيجة ٤

مساحة متوازى الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع (المناظر لهذه القاعدة)

مساحة ▱ أ ب جـ د = أ ب × د و

وأيضا = ب جـ × د هـ



ملحوظة

1. القاعدة الكبرى يقابلها الارتفاع الأصغر و القاعدة الصغرى يقابلها الارتفاع الأكبر
2. القاعدة الكبرى × الارتفاع الأصغر = القاعدة الصغرى × الارتفاع الأكبر

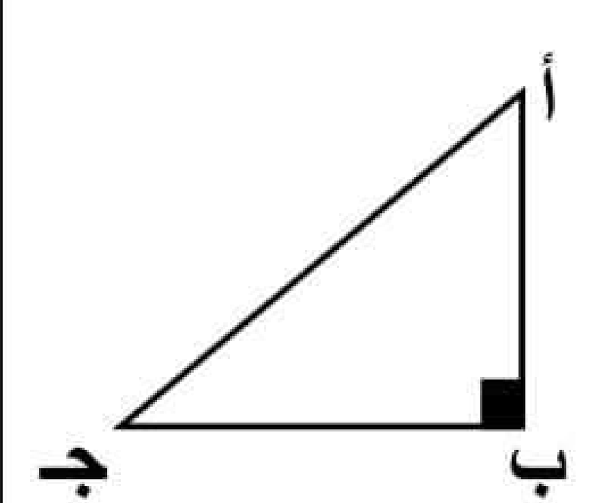
نتيجة ٥

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة × الارتفاع (المناظر للقاعدة)

مساحة △ أ ب جـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ × أ د

وأيضا = $\frac{1}{2}$ أ ب × جـ هـ

مساحة △ أ ب جـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ × أ ب



أمثلة

(١) في الشكل المقابل:

أ ب جـ د متوازى أضلاع
إذا كانت مساحته ٢٠ سم^2
أوجد :
١) مساحة Δ س ب جـ
٢) مساحة Δ أ ب س + مساحة Δ س د جـ

الحل

∵ Δ س ب جـ ، ▱ أ ب جـ د مشتركان في $\overline{\text{ب جـ}}$

، ∵ $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

∴ مساحة Δ س ب جـ = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب جـ د

∴ مساحة Δ س ب جـ = $\frac{20}{2}$ = ١٠ سم^2

م Δ أ ب س + م Δ س د جـ = ٢٠ ـ ١٠ = ١٠ سم^2

(٢) في الشكل المقابل:

أ ب جـ د مستطيل
هـ ∈ $\overleftarrow{\text{ب جـ}}$
أ ب = ٥ سم ،
ب جـ = ٨سم
احسب مساحة Δ هـ أ د

الحل

مساحة المستطيل = الطول × العرض

= ٨ × ٥ = ٤٠ سم^2

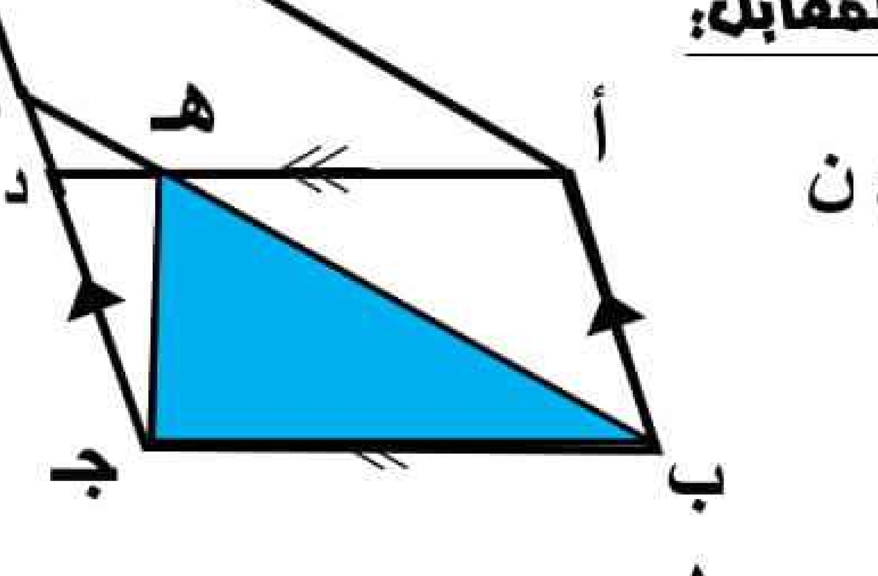
∵ Δ هـ أ د ، ▭ أ ب جـ د مشتركان في $\overline{\text{أ د}}$

، ∵ $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

∴ مساحة Δ هـ أ د = $\frac{1}{2}$ مساحة ▭ أ ب جـ د

∴ مساحة Δ هـ أ د = $\frac{40}{2}$ = ٢٠ سم^2

(٣) في الشكل المقابل:



أ ب جـ د ، أ ب م ن
متوازيا أضلاع
برهن أن :

مساحة Δ هـ ب جـ = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب م ن

الحل

∵ $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

∴ مساحة Δ هـ ب جـ = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب جـ د ← ١

∵ $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{ن جـ}}$

∴ مساحة ▱ أ ب م ن = مساحة ▱ أ ب جـ د ← ٢

من ١ ، ٢ ينتج أن :

مساحة Δ هـ ب جـ = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب م ن

(٤) في الشكل المقابل:

أ ب س ص متوازى أضلاع
أ ب جـ د مستطيل
أ ب = ٤ سم ،
ب جـ = ١٠ سم
أوجد: مساحة Δ م أ ص

الحل

∵ مساحة المستطيل = الطول × العرض

= ١٠ × ٤ = ٤٠سم^2

∵ $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{ص جـ}}$

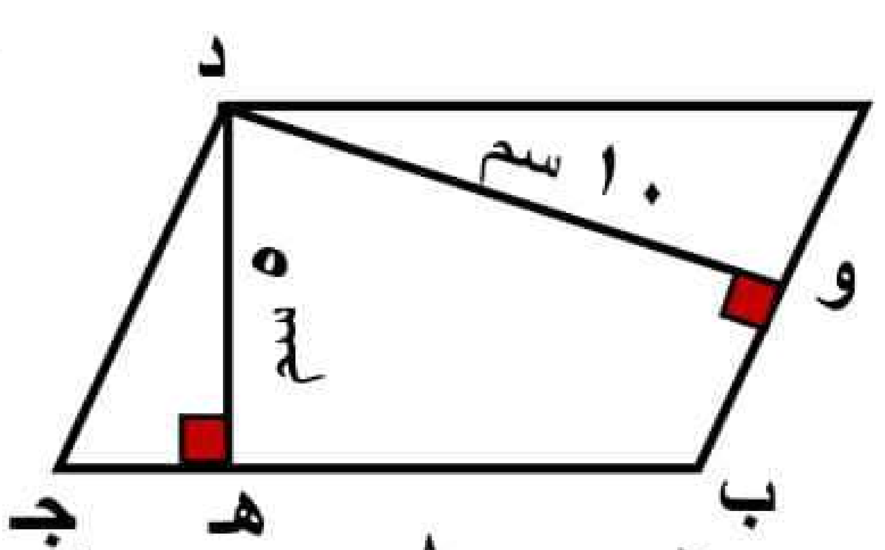
∴ مساحة ▭ أ ب جـ د = مساحة ▱ أ ب س ص

∴ مساحة ▱ أ ب س ص = ٤٠ سم^2

∵ مساحة Δ أ م ص = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب س ص

∵ مساحة Δ م أ ص = $\frac{40}{2}$ = ٢٠ سم٢

٥ في الشكل المقابل:



أ ب جـ د متوازى أضلاع

ب جـ = ٨ سم ،

د و = ١٠ سم

د هـ = ٥ سم أوجد :

١) مساحة ▱ أ ب جـ د

٢) طول $\overline{أب}$

الحل

مساحة متوازى الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع

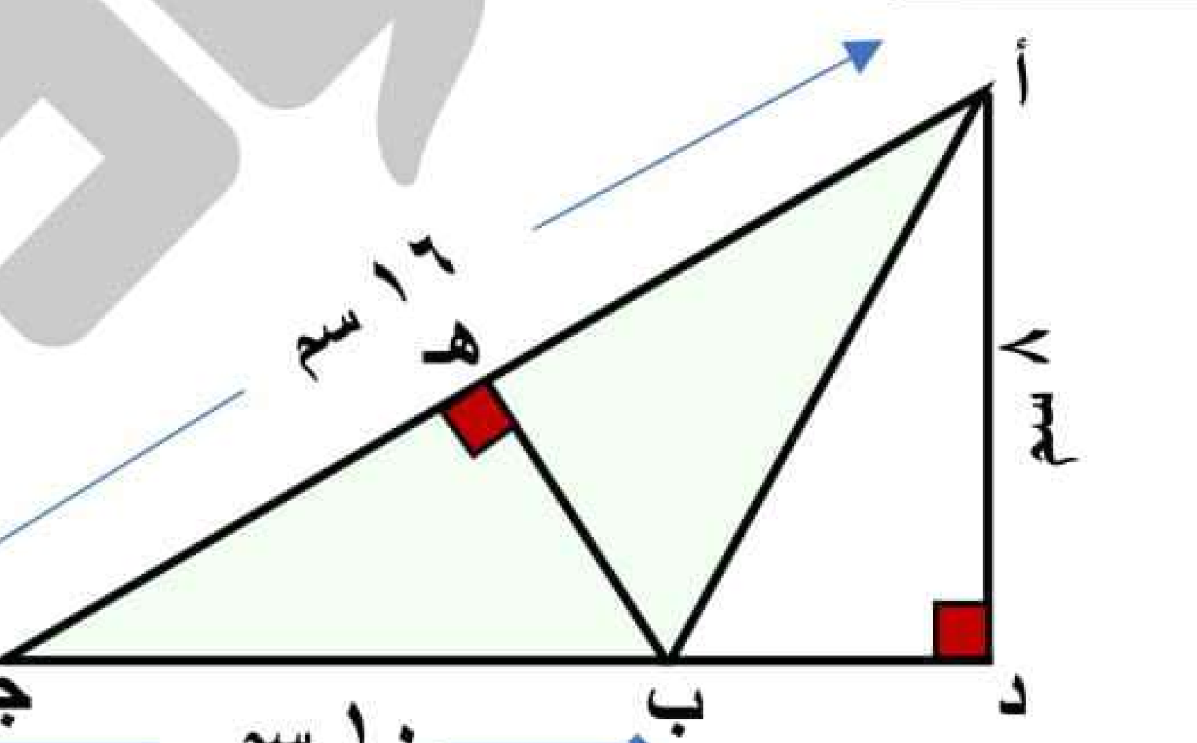
= ٨ × ٥ = ٤٠ سم^2

لإيجاد طول القاعدة أ ب المناظرة للارتفاع د و:

طول القاعدة = مساحة متوازى الأضلاع ÷ الارتفاع

∴ أ ب = $\frac{٤٠}{١٠}$ = ٤ سم

٦ في الشكل المقابل:



$\overline{أد} \perp \overline{جـب}$

$\overline{بهـ} \perp \overline{أجـ}$

أوجد:

١) مساحة سطح △ أ ب جـ

٢) طول $\overline{بهـ}$

الحل

لاحظ أن: القاعدة ب جـ ارتفاعها أ د

و القاعدة أ جـ ارتفاعها ب هـ

∵ مساحة △ أ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الارتفاع

= $\frac{١}{٢}$ ب جـ × أ د

= ٥ × ٨ = ٤٠ سم^2

مساحة △ أ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ أ جـ × ب هـ

٤٠ = ٨ × ب هـ

∴ ب هـ = $\frac{٤٠}{٨}$ = ٥ سم

٧ في الشكل المقابل:

أ ب جـ د ، هـ ب جـ و متوازيا أضلاع

$\overline{أو} \parallel \overline{بجـ}$

برهن أن :

مساحة الشكل أ ب م د = مساحة الشكل هـ م جـ و

الحل

∵ ▱ أ ب جـ د ، ▱ هـ ب جـ و مشتركان في $\overline{بجـ}$

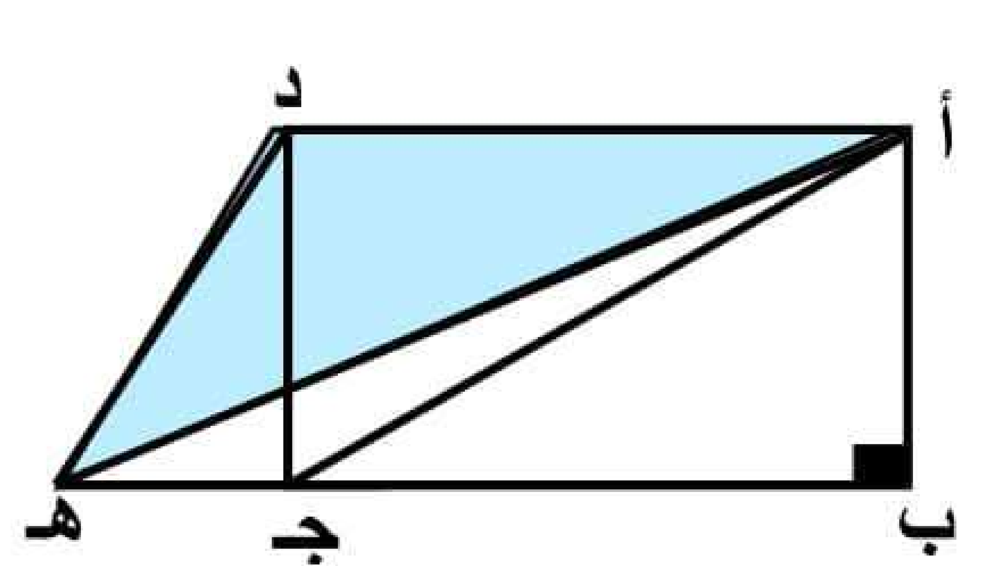
، ∵ $\overline{أو} \parallel \overline{بجـ}$

∴ مساحة ▱ أ ب جـ د = مساحة ▱ هـ ب جـ و

بطرح مساحة △ م ب جـ من الطرفين

∴ مساحة الشكل أ ب م د = مساحة الشكل هـ م جـ و

٨ في الشكل المقابل:



أ ب جـ د مستطيل

هـ ∈ $\overleftarrow{بجـ}$

اثبت أن:

مساحة △ أ د هـ = مساحة △ أ ب جـ

الحل

، ∵ $\overleftarrow{أد} \parallel \overline{بجـ}$

∴ مساحة △ أ د هـ = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▭ أ ب جـ د ← ١

(مشتركان في القاعدة أ د)

، مساحة △ أ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▭ أ ب جـ د ← ٢

(مشتركان في القاعدة ب جـ)

من ١ ، ٢ ينتج أن :

مساحة △ أ د هـ = مساحة △ أ ب جـ



اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين:

1 إذا كان طولا ضلعين متجاورين في متوازى أضلاع ٦ سم ، ٧سم وارتفاعه الأكبر ٥سم فإن مساحته = ...

(٣٠ ، ٣٥ ، ٤٢ ، ٤٩) سم^{٢}

2 إذا كان طولا ضلعين متجاورين في متوازى أضلاع ٩ سم ، ٦سم وارتفاعه الأصغر ٤سم فإن مساحته = ...

(٢٤ ، ١٨ ، ٣٦ ، ١٢) سم^{٢}

3 المثلث الذى طول قاعدته ٨ سم والارتفاع المناظر لها ٩ سم تكون مساحته........ سم^{٢}

(٨ ، ٩ ، ٧٢ ، ٣٦)

4 مثلث مساحته ٢٤ سم^{٢} وارتفاعه ٨ سم فإن طول قاعدته = ... سم (١٦ ، ٦ ، ٣ ، ٢)

أكمل ما يأتي:

1 سطحا متوازيي الأضلاع المشتركين في القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين .... في المساحة

2 متوازى أضلاع أ ب جـ د مساحة سطحه ٣٠ سم^{٢} فإن مساحة سطح Δ أ ب جـ = ... سم^{٢}

3 مساحة متوازى الأضلاع = ... × ....

4 مساحة المثلث = ... × ....

5 مساحة المثلث تساوى نصف مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى ....

أجب عن الأسئلة التالية:

١ في الشكل المقابل:

أ ب جـ د متوازى أضلاع
إذا كانت مساحة سطح
المثلث س ب جـ = ١٢ سم^{٢}
أوجد :
مساحة ▱ أ ب جـ د

٢ في الشكل المقابل:

أ ب جـ د متوازى أضلاع
أ ب = ٥ سم ،
د و = ٤,٨ سم
د هـ = ٤ سم أوجد :
٣) مساحة ▱ أ ب جـ د
٤) طول $\overline{\text{ب جـ}}$

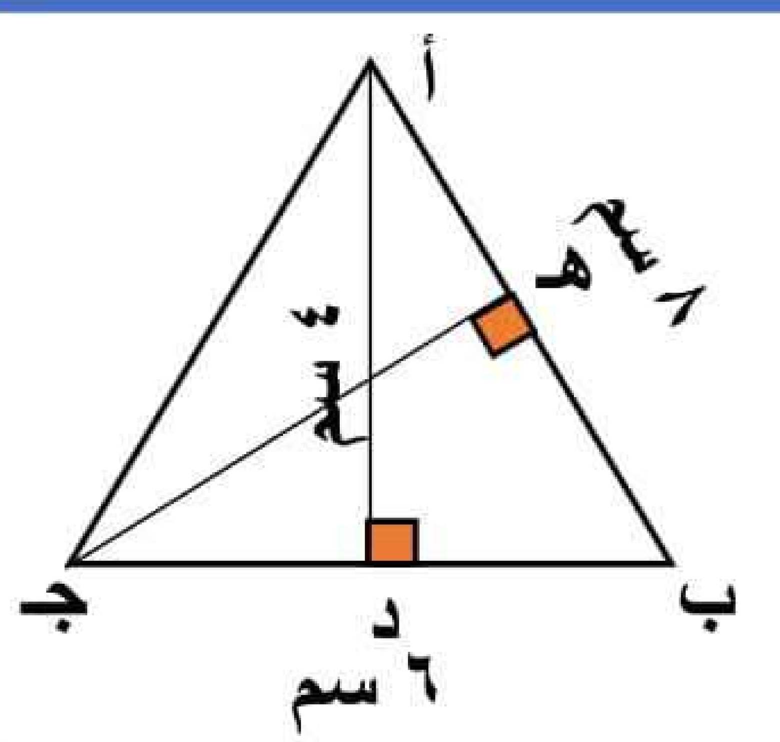
٣ في الشكل المقابل:

أوجد:
١) مساحة Δ أ ب جـ
٢) طول أ د

٤ في الشكل المقابل:

أ ب جـ د مستطيل
هـ ب جـ و متوازي أضلاع
$\overline{\text{أ و}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$
برهن أن :
مساحة الشكل أ ب م د = مساحة الشكل هـ م جـ و

٥ في الشكل المقابل:



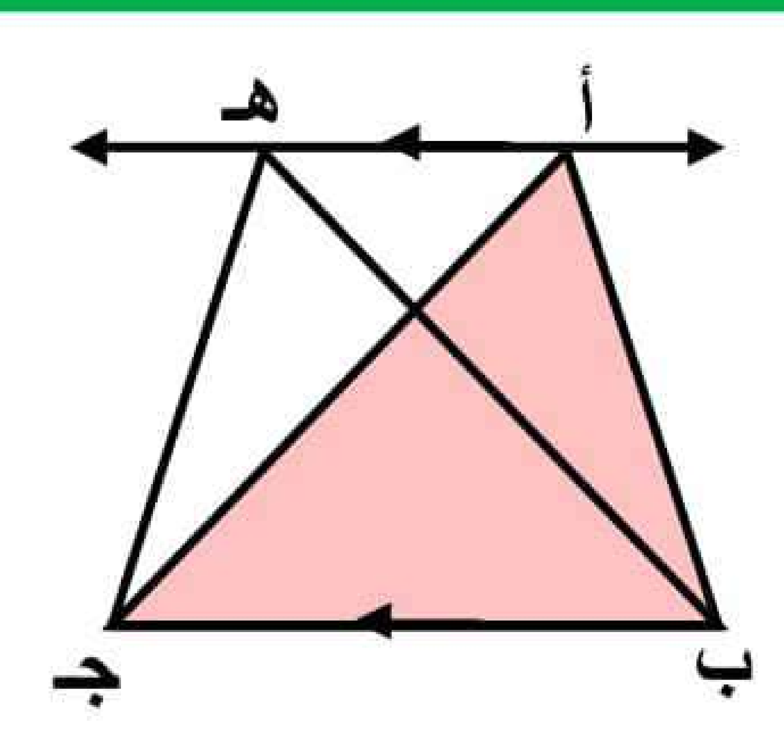
أوجد:
أ) مساحة Δ أ ب جـ
٢) طول $\overline{\text{جـ هـ}}$

٦ متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه ٧ سم ، ٥ سم وارتفاعه الأصغر ٤ سم
احسب مساحته؟

الدرس الثانى 2 — تساوى مساحتى مثلثين

نظرية ٢

المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة و رأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة يكونان متساويان في المساحة



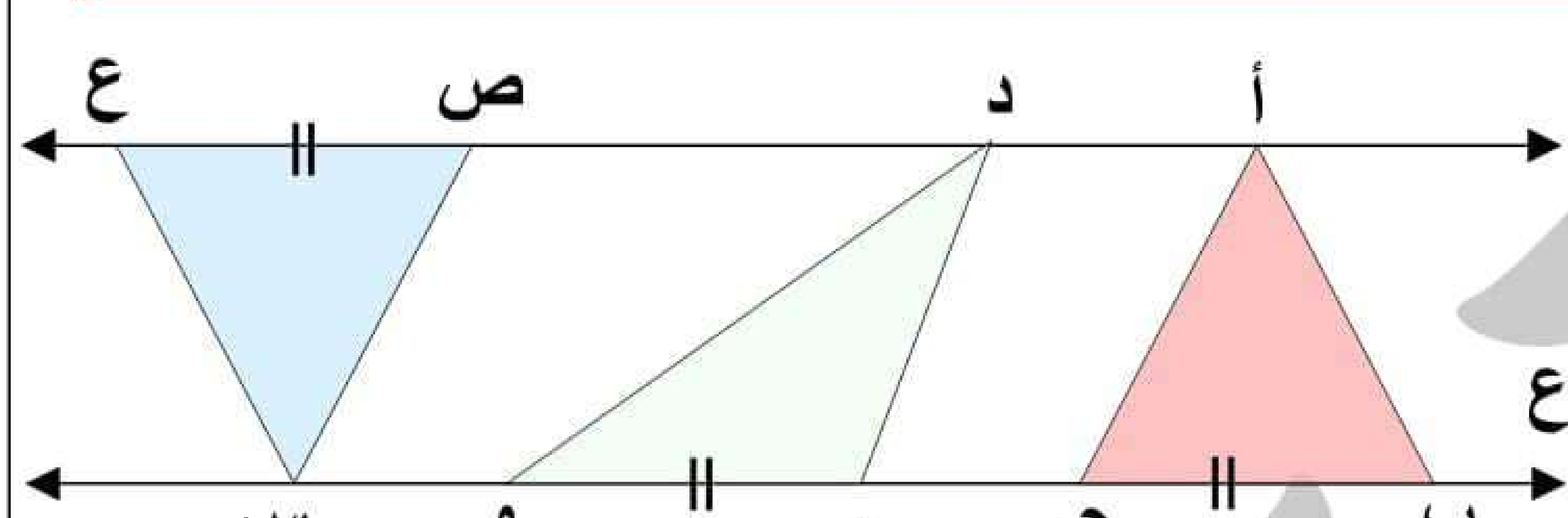
∵ Δ أ ب جـ ، Δ هـ ب جـ مشتركان في القاعدة ب جـ

، ∵ أ هـ // ب جـ

∴ مساحة Δ أ ب جـ = مساحة Δ هـ ب جـ

نتيجة ١

المثلثات التي قواعدها متساوية في الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون متساويان في المساحة



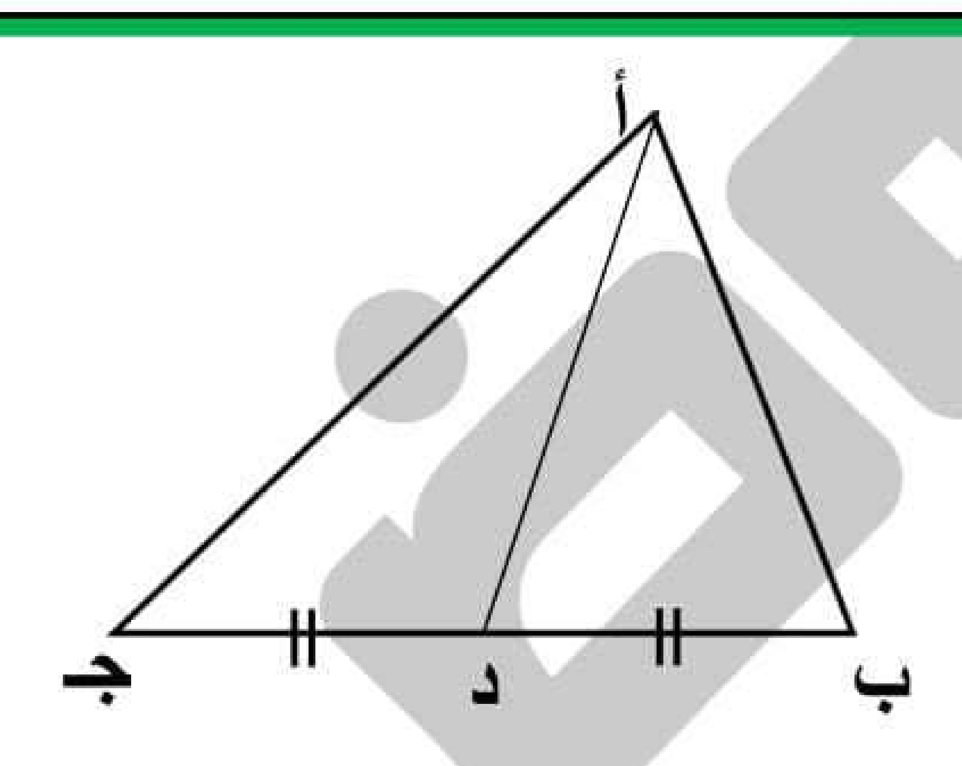
∵ ب جـ = هـ و = ص ع (قواعد متساوية)

∵ أ ع // ب س

∴ مساحة Δ أ ب جـ = مساحة Δ د هـ و = مساحة Δ س ص ع

نتيجة ٢

متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين متساويين فى المساحة



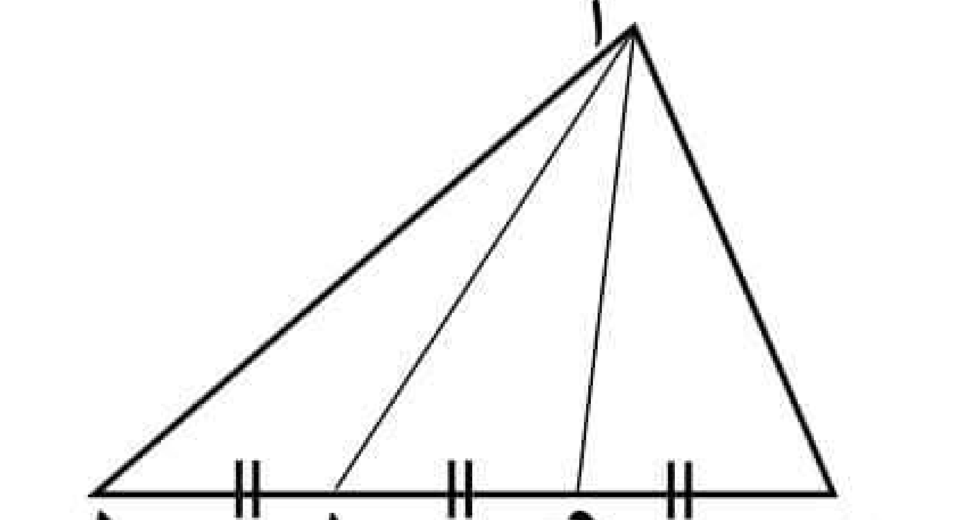
∵ ب جـ = د جـ

∴ أ د متوسط في المثلث أ ب جـ

∴ مساحة Δ أ ب د = مساحة Δ أ جـ د

نتيجة ٣

المثلثات التي أطوال قواعدها متساوية في الطول (وكلها تقع على مستقيم واحد) ومشتركة في الرأس تكون متساويان في المساحة



∵ ب جـ = جـ د = د هـ قواعد متساوية

∵ المثلثات الثلاثة مشتركة في الرأس أ

∴ مساحة Δ أ ب جـ = مساحة Δ أ جـ د = مساحة Δ أ د هـ

أمثلة

(١) في الشكل المقابل:

أد // ب جـ

اثبت أن:

م Δ أ ب م = م Δ د م جـ

الحل

∵ Δ أ ب جـ ، Δ د ب جـ مشتركان في ب جـ

، ∵ أ د // ب جـ

∴ مساحة Δ أ ب جـ = مساحة Δ د ب جـ

<u>بحذف مساحة Δ م ب جـ من الطرفين</u>

∴ مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ د م جـ

(٢) في الشكل المقابل:

ب هـ متوسط في Δ أ ب جـ

اثبت أن :

مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ جـ ب م

الحل

∵ ب هـ متوسط

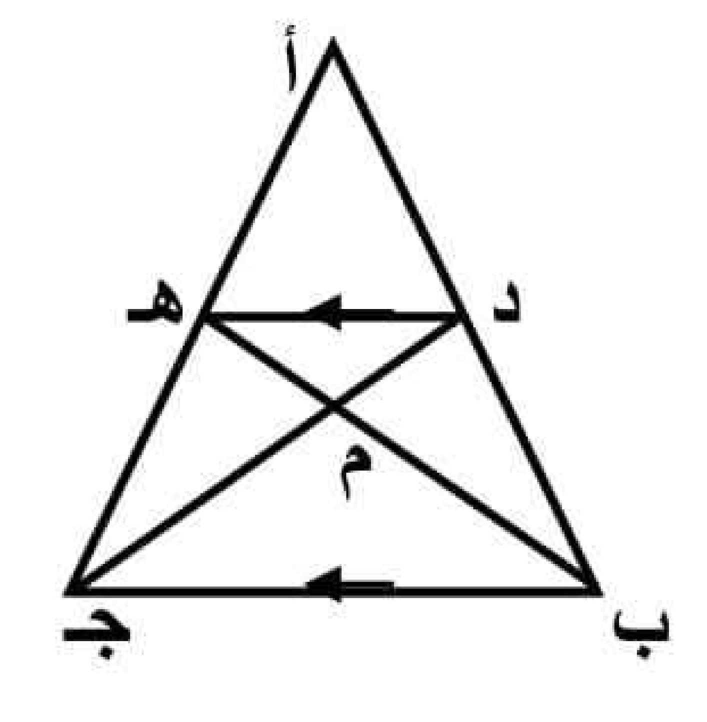
∴ م Δ ب أ هـ = م Δ ب جـ هـ ⟵ ١

∵ أ هـ = هـ جـ ∴ م Δ م أ هـ = م Δ م جـ هـ ⟵ ٢

بطرح ٢ من ١ ينتج أن:

مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ جـ ب م

(٣) في الشكل المقابل:



د هـ // ب جـ

اثبت أن :

م Δ أ د جـ = م Δ أ هـ ب

الحل

∵ Δ د هـ ب ، Δ د هـ جـ مشتركان في د هـ

، ∵ د هـ // ب جـ

∴ مساحة Δ د هـ ب = مساحة Δ د هـ جـ

<u>بإضافة مساحة Δ أ د هـ للطرفين</u>

∴ م Δ أ د جـ = م Δ أ هـ ب

(٤) في الشكل المقابل:

أ ب جـ د متوازى أضلاع

هـ ب = ب جـ

اثبت أن:

مساحة Δ و هـ جـ = مساحة ▱ أ ب جـ د

الحل

∵ هـ ب = ب جـ

∴ مساحة Δ و ب جـ = مساحة Δ و هـ ب

∵ م Δ و ب جـ = $\frac{١}{٢}$ م ▱ أ ب جـ د ⟵ ١

∴ م Δ و هـ ب = $\frac{١}{٢}$ م ▱ أ ب جـ د ⟵ ٢

بجمع ١ ، ٢ :

∴ م Δ و ب جـ + م Δ و هـ ب = م ▱ أ ب جـ د

∴ مساحة Δ و هـ جـ = مساحة ▱ أ ب جـ د

(٥) في الشكل المقابل:

أ د // ب جـ

هـ منتصف ب جـ

اثبت أن :

مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل د م هـ جـ



الحل

∵ أ د // ب جـ

∴ مساحة Δ أ ب د = مساحة Δ أ جـ د

<u>بطرح مساحة Δ أ م د</u>

∴ مساحة Δ أ م ب = مساحة Δ د م جـ ⟵ ١

∵ ب هـ = هـ جـ

∴ م Δ م ب هـ = م Δ م جـ هـ ⟵ ٢

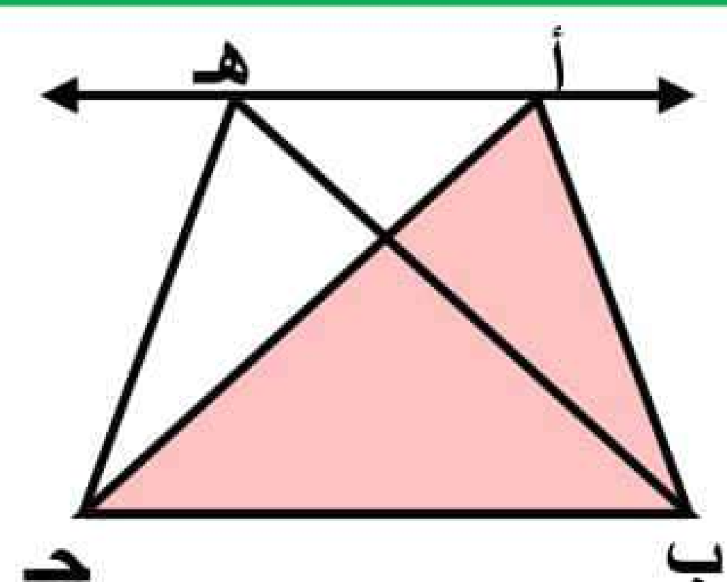
<u>بجمع ١ ، ٢ ينتج أن :</u>

مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل د م هـ جـ

إثبات توازى مستقيمان

نظرية ٣

المثلثان المتساويان في المساحة والمرسومان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة منها تكون رأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة

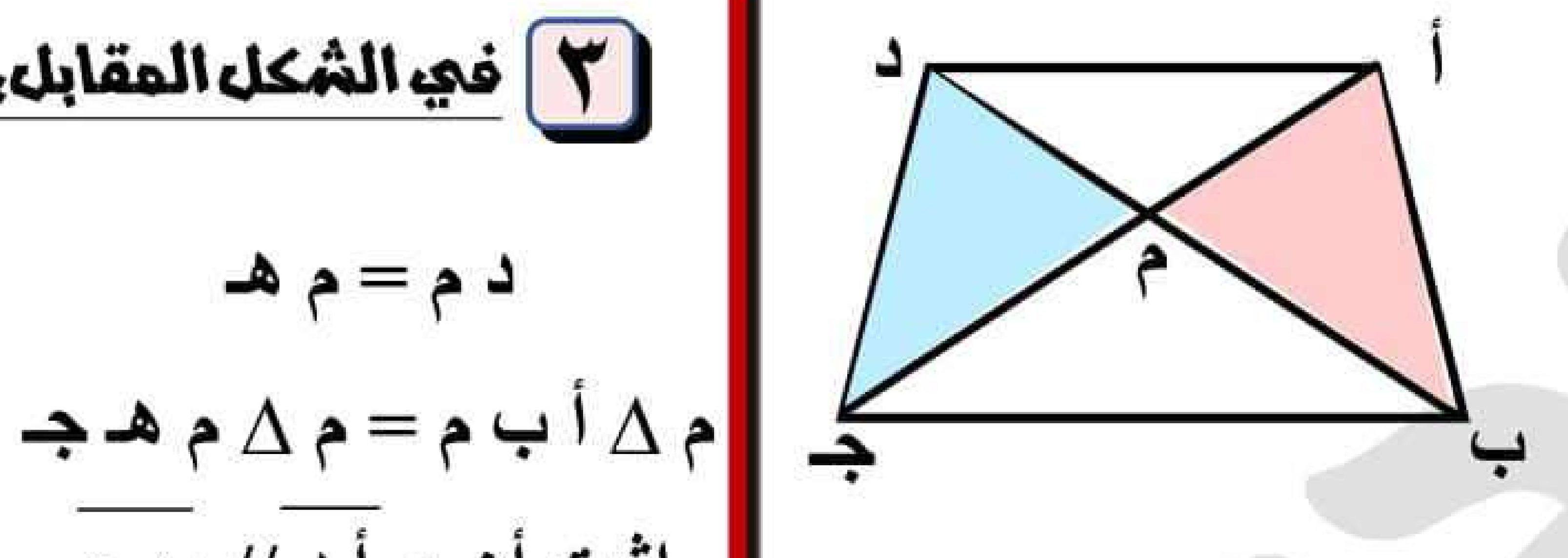


إذا كان: مساحة Δ أ ب جـ = مساحة Δ هـ ب جـ

فإن أ هـ // ب جـ

أمثلة

١ في الشكل المقابل:



م Δ أ ب م = م Δ د م جـ

اثبت أن : أ د // ب جـ



∵ م Δ أ ب م = م Δ د م جـ

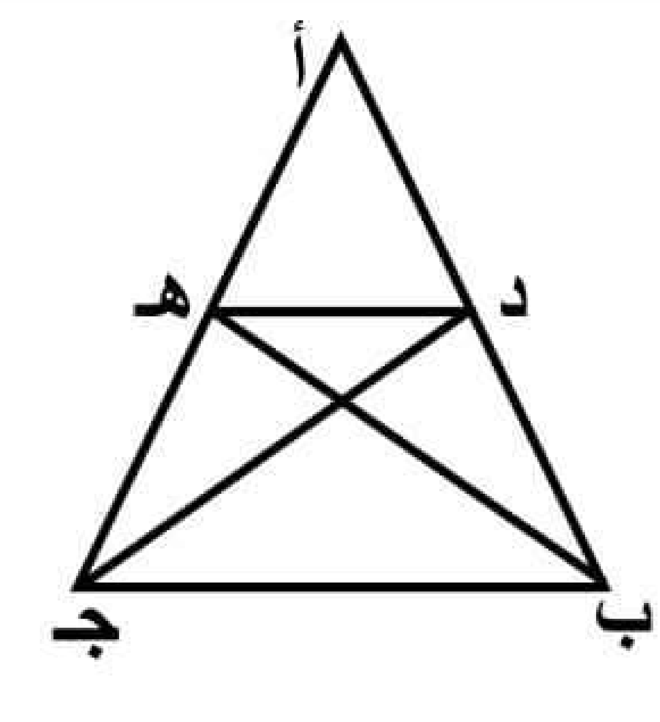
بإضافة مساحة Δ أ د م للطرفين

∴ م Δ أ د ب = م Δ أ د جـ

وهما مشتركان في القاعدة أ د

∴ أ د // ب جـ

٢ في الشكل المقابل:



م Δ أ د جـ = م Δ أ هـ ب

اثبت أن : د هـ // ب جـ

الحل

∵ م Δ أ د جـ = م Δ أ هـ ب

بحذف مساحة Δ أ د هـ من الطرفين

∴ م Δ د هـ جـ = م Δ د هـ ب

وهما مشتركان في القاعدة د هـ

∴ د هـ // ب جـ

٣ في الشكل المقابل:

د م = م هـ

م Δ أ ب م = م Δ م هـ جـ

اثبت أن : أ د // ب جـ

الحل

∵ د م = م هـ

∴ م Δ د م جـ = م Δ م هـ جـ ← ١

ومن المعطيات

∵ م Δ أ ب م = م Δ م هـ جـ ← ٢

من ١ ، ٢ ينتج أن :

م Δ د م جـ = م Δ أ ب م

بإضافة م Δ أ د م للطرفين ينتج أن:

∴ م Δ أ د ب = م Δ أ د جـ ∴ أ د // ب جـ



اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين:

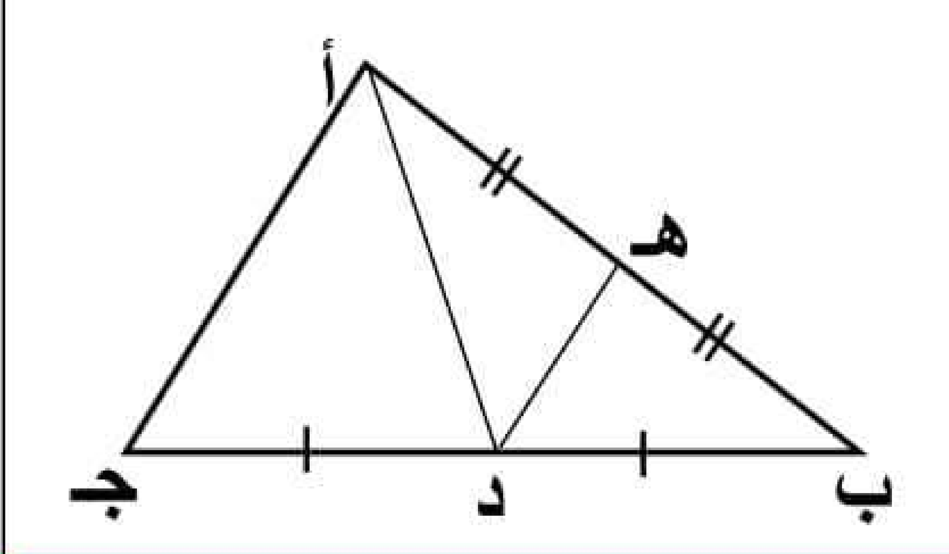
1) متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين ....

(متطابقين ، متشابهين ، متساويين في المساحة ، مختلفين في المساحة)

2) المثلثان المتساويان في المساحة والمرسومان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة منها يكون رأساهما على مستقيم .... القاعدة

(عمودى على ، ينصف ، يوازى ، يقطع)

3) في الشكل المقابل:



مساحة Δ أ هـ د = ... Δ أ ب جـ

($\frac{١}{٨}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٢}$)

أكمل ما يأتي:

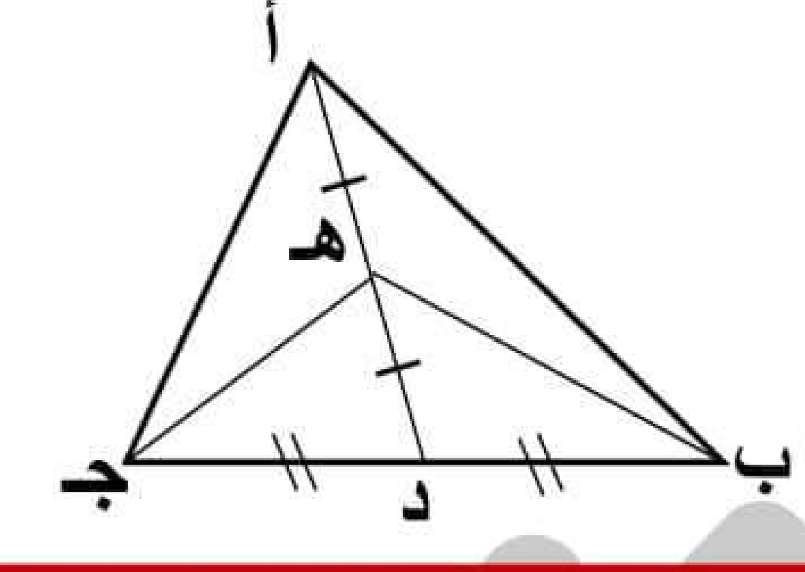
1) في Δ أ ب جـ إذا كان أ د متوسط فإن مساحة Δ أ ب د = مساحة Δ ....

2) المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة يكونان ....

3) المثلثان المرسومان بين مستقيمين متوازيين وقاعدتاهما اللتان على أحد هذين المستقيمين متساويتان في الطول يكونان ....

4) في الشكل المقابل : إذا كانت مساحة Δ أ ب جـ = ١٠٠ سم^٢

فإن مساحة Δ هـ ب د = ... سم^٢

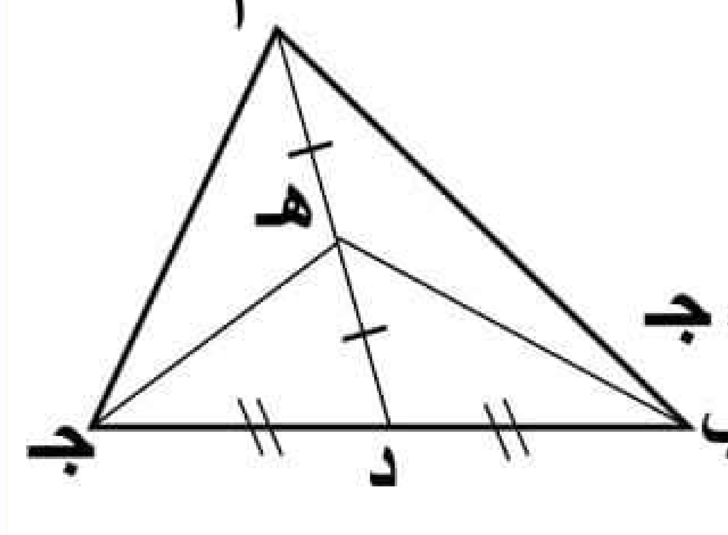
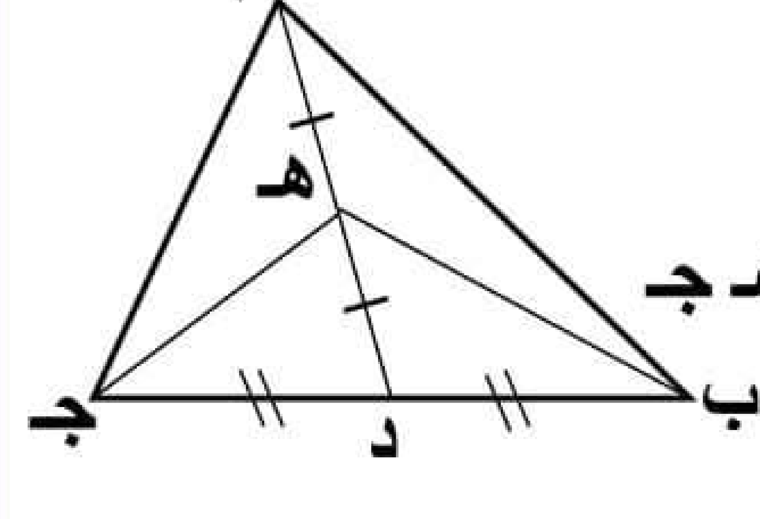


أجب عن الأسئلة التالية:

١) في الشكل المقابل:

برهن أن:

مساحة Δ أ هـ ب = مساحة Δ أ هـ جـ

٢) في الشكل المقابل:

أ ب = أ جـ

$\overline{ب د} \perp \overline{أ جـ}$ ، $\overline{جـ هـ} \perp \overline{أ ب}$

برهن أن:

١) $\overline{هـ د}$ // $\overline{ب جـ}$

٢) مساحة Δ أ د ب = مساحة Δ أ هـ جـ



الدرس الثالث 3 مساحات بعض الأشكال الهندسية

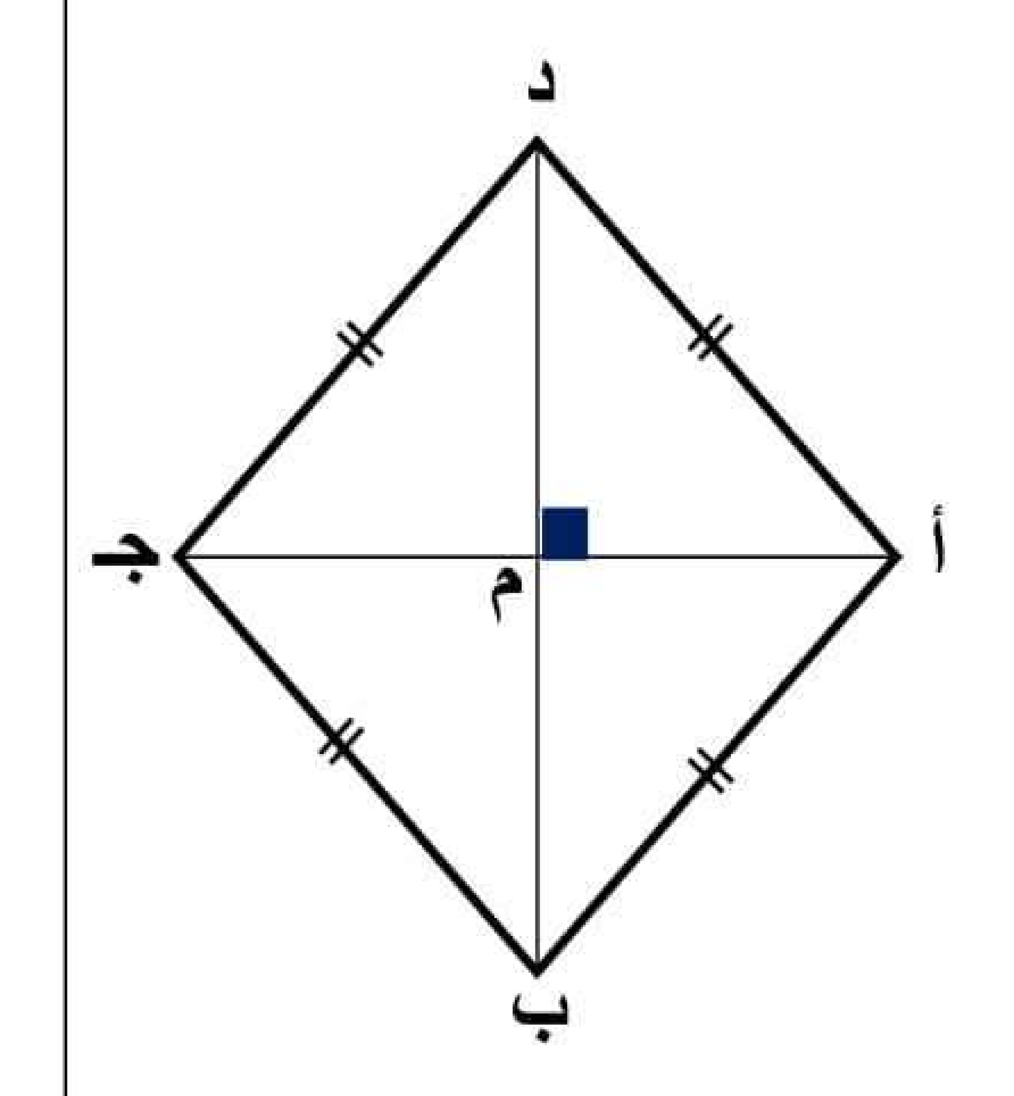
١ المعين

محيط المعين = طول ضلعه × ٤

مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه

أو = $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولا قطريه

طول قطر المعين = $\frac{٢ \times \text{مساحة المعين}}{\text{طول القطر المعطى}}$



١ معين طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم
احسب مساحته.

الحل

مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولا قطريه

= $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٨ = $\frac{١}{٢}$ × ٤٨ = ٢٤ سم^٢

٢ معين طول ضلعه ٧ سم وارتفاعه ٥ سم
احسب مساحته.

الحل

مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه

= ٧ × ٥ = ٣٥ سم^٢

٣ معين محيطه ٤٠ سم وارتفاعه ٧ سم
احسب مساحة سطحه.

الحل

طول ضلع المعين = $\frac{\text{المحيط}}{٤}$ = $\frac{٤٠}{٤}$ = ١٠ سم

مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه

= ١٠ × ٧ = ٧٠ سم^٢

٤ معين محيطه ٣٢ سم ، مساحة سطحه ٤٨ سم^٢
احسب ارتفاعه.

الحل

طول ضلع المعين = $\frac{\text{المحيط}}{٤}$ = $\frac{٣٢}{٤}$ = ٨ سم

مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه

٤٨ = ٨ × ارتفاعه

∴ ارتفاع المعين = $\frac{٤٨}{٨}$ = ٦ سم

٥ معين مساحته ٤٠ سم^٢ ، طول أحد قطريه ٨ سم
احسب طول قطره الآخر.

الحل

طول قطر المعين = $\frac{٢ \times \text{مساحة المعين}}{\text{طول القطر المعطى}}$

= $\frac{٢ \times ٤٠}{٨}$ = $\frac{٨٠}{٨}$ = ١٠ سم

٢ المربع

محيط المربع = طول ضلعه × ٤

مساحة المربع = طول ضلعه × نفسه

أو = $\frac{١}{٢}$ مربع طول قطره

طول قطر المربع = $\sqrt{٢ \times \text{مساحة المربع}}$

أمثلة

١ أوجد مساحة مربع طول ضلعه ٥ سم

الحل

مساحة المربع = طول ضلعه × نفسه

= ٥ × ٥ = ٢٥ سم^٢

٢ مربع طول قطره ٨ سم أوجد مساحة سطحه

الحل

مساحة المربع = $\frac{١}{٢}$ مربع طول قطره

= $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٨ = ٣٢ سم^٢

٣ أوجد طول قطر المربع الذى مساحته ٥٠ سم^٢

الحل

طول قطر المربع = $\sqrt{٢ \times \text{مساحة المربع}}$

= $\sqrt{٢ \times ٥٠}$

= $\sqrt{١٠٠}$

= ١٠ سم

٤ مربع طول ضلعه ٧ سم أوجد مساحته

....

....

....

٥ مربع طول قطره ١٠ سم أوجد مساحة سطحه

....

....

....

٦ مربع مساحته ٦٤ سم^٢ أوجد طول قطره

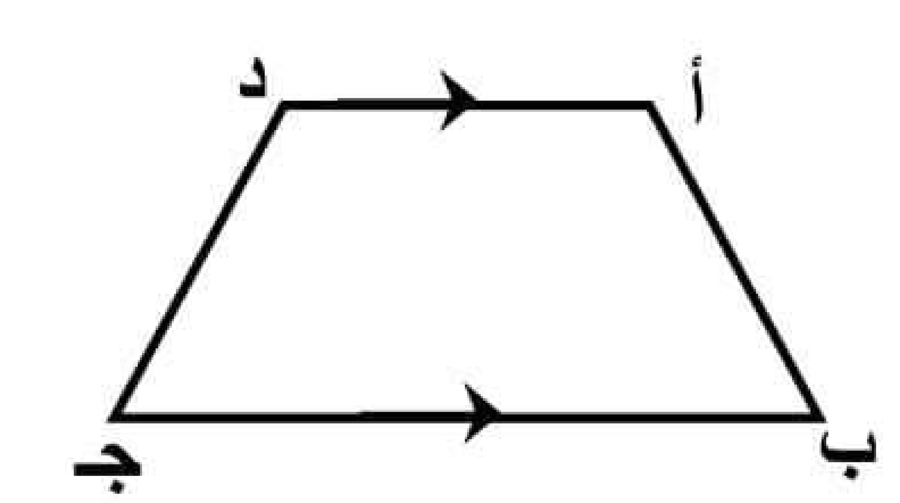
....

....

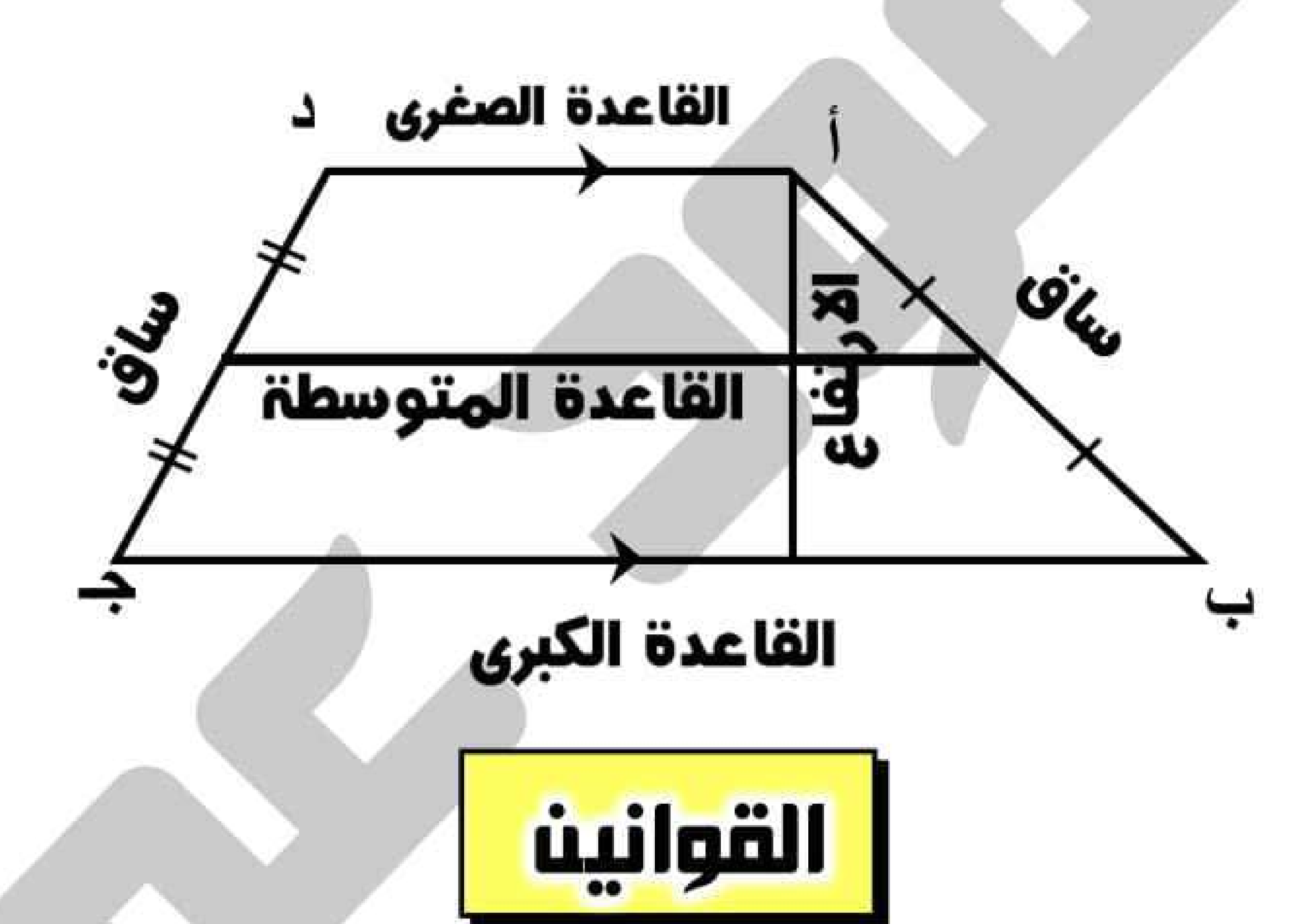
....

....

٣ شبه المنحرف



هو شكل رباعى فيه ضلعان **فقط** متوازيان و غير متساويان في الطول والضلعان الآخران غير متوازيان



القوانين

محيط شبه المنحرف = مجموع أطوال أضلاعه

طول القاعدة المتوسطة = $\frac{١}{٢}$ مجموع القاعدتين المتوازيتين

مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع

أو = $\frac{١}{٢}$ مجموع القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع

١ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٤ سم وارتفاعه ٨ سم ، أوجد مساحته ؟

الحل

مساحة شبه المنحرف =

$\frac{١}{٢}$ (مجموع القاعدتين المتوازيتين) × الارتفاع

$= \frac{١}{٢}$ (٦ + ٤) × ٨

$= \frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٨ = ٤٠ سم^{٢}

٢ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٨ سم ، ١٢ سم ومساحته ٦٠ سم^{٢}

احسب طول القاعدة المتوسطة والارتفاع

الحل

طول القاعدة المتوسطة = $\frac{١}{٢}$ مجموع القاعدتين المتوازيتين

$= \frac{١}{٢}$ (٨ + ١٢) = $\frac{١}{٢}$ × ٢٠ = ١٠ سم

∵ مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة × ع

∴ ٦٠ = ١٠ × ع

∴ ع = $\frac{٦٠}{١٠}$ = ٦ سم

٣ أوجد مساحة شبه المنحرف الذى طول قاعدته المتوسطة ٥ سم وطول ارتفاعه ٣ سم

الحل

مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة × ع

= ٥ × ٣

= ١٥ سم^{٢}

٤ شبه منحرف مساحة سطحه ٦٦ سم^{٢} وطولا قاعدتيه المتوازيتين ١٠ سم ، ١٢ سم أوجد ارتفاعه

الحل

مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ (مجموع القاعدتين) × الارتفاع

٦٦ = $\frac{١٠ + ١٢}{٢}$ × الارتفاع

٦٦ = ١١ × الارتفاع

∴ الارتفاع = $\frac{٦٦}{١١}$ = ٦ سم

٥ شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ١٠ سم وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين ٧ سم أوجد طول القاعدة الأخرى

الحل

نفرض أن طول القاعدة المجهولة = س

طول القاعدة المتوسطة = $\frac{\text{مجموع القاعدتين المتوازيتين}}{٢}$

١٠ = $\frac{س + ٧}{٢}$ ∴ س + ٧ = ٢٠

∴ س = ٢٠ ـ ٧ = ١٣ سم

٦ شبه منحرف مساحة سطحه ١٨ سم^{٢} وارتفاعه ٣ سم وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين ٥ سم

أوجد طول القاعدة الأخرى

الحل

نفرض أن طول القاعدة المجهولة = س

مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ (مجموع القاعدتين) × الارتفاع

١٨ = $\frac{س + ٥}{٢}$ × ٣

٦ = $\frac{س + ٥}{٢}$

∴ س + ٥ = ١٢ ∴ س = ٧

∴ طول القاعدة الأخرى = ٧ سم



اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين:

1. معين طولا قطريه ٨ سم ، ٦ سم تكون مساحته .... سم٢ (١٢ ، ١٤ ، ٤٨ ، ٢٤)
2. مربع طول قطره ٨ سم تكون مساحته = ... سم٢ (٨ ، ١٦ ، ٣٢ ، ٦٤)
3. شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم فإن طول قاعدته المتوسطة = ... سم (٤٨ ، ٢٤ ، ٧ ، ١٤)
4. مربع مساحته ٧٢ سم٢ فإن طول قطره = ... سم (٣٦ ، ٧٢ ، ١٢ ، ١٤)
5. شبه منحرف مساحته ١٥ سم٢ وارتفاعه ٣سم فإن طول قاعدته المتوسطة = ... سم (٤٥ ، ١٨ ، ١٠ ، ٥)

أكمل ما يأتي:

1. مساحة المعين الذى طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم تساوى سم٢
2. مساحة المعين الذى طول ضلعه ٧ سم وارتفاعه ٥ سم تساوى سم٢
3. مساحة المعين الذى محيطه ٢٠ سم وارتفاعه ٤ سم يساوى سم٢
4. معين مساحته ٢٤ سم٢ وطول أحد قطريه ٨ سم فإن طول القطر الآخر = ... سم
5. مربع طول قطره ٦ سم فإن مساحته = ... سم٢
6. مربع مساحته ٥٠ سم٢ فإن طول قطره = ... سم
7. مربع محيطه ١٦ سم تكون مساحته .... سم ٢
8. طول ضلع المربع الذى مساحته تساوى مساحة مستطيل طوله ٩ سم ، عرضه ٤ سم يساوى .... سم
9. قطرا شبه المنحرف المتساوى الساقين ....
10. شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٨سم ، ١٢ سم وارتفاعه ٥ سم فإن مساحته = ... سم٢
11. شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٣سم ، ٥ سم فإن طول قاعدته المتوسطة = ... سم
12. شبه منحرف مساحته ٤٥ سم٢ وطول قاعدته المتوسطة ٩ سم فإن طول ارتفاعه = ... سم
13. شبه منحرف مساحة سطحه ١٠٠ سم٢ وارتفاعه ٥ سم فإن طول قاعدته المتوسطة = ... سم

أجب عن الأسئلة التالية:

١) معين محيطه ١٠ سم وكول أحد قطريه ١٦ سم أوجد مساحته

٢) مربع مساحته ٣٢ سم٢ فأوجد طول قطره

٣) معين محيطه ٤٠ سم وارتفاعه ٥ سم أوجد مساحته

٤) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٤ سم ، ٧ سم وارتفاعه ٨ سم احسب مساحته

٥) شبه منحرف مساحته ٤٥٠ سم٢ وطولا قاعدتيه المتوازيتين ٢٤ سم ، ١٢ سم أوجد ارتفاعه

٦) شبه منحرف مساحته ٦٠ سم٢ وارتفاعه ٦ سم وطول إحدى قاعدتيه ٩ سم أوجد طول القاعدة الأخرى

٧) شبه منحرف مساحته ٧٢٠ سم٢ وارتفاعه ٢٤ سم والنسبة بين قاعدتيه المتوازيتين ٢:٣ احسب طول كل من قاعدتيه المتوازيتين

الدرس الرابع 4 — التشابه ~

تشابه المضلعات

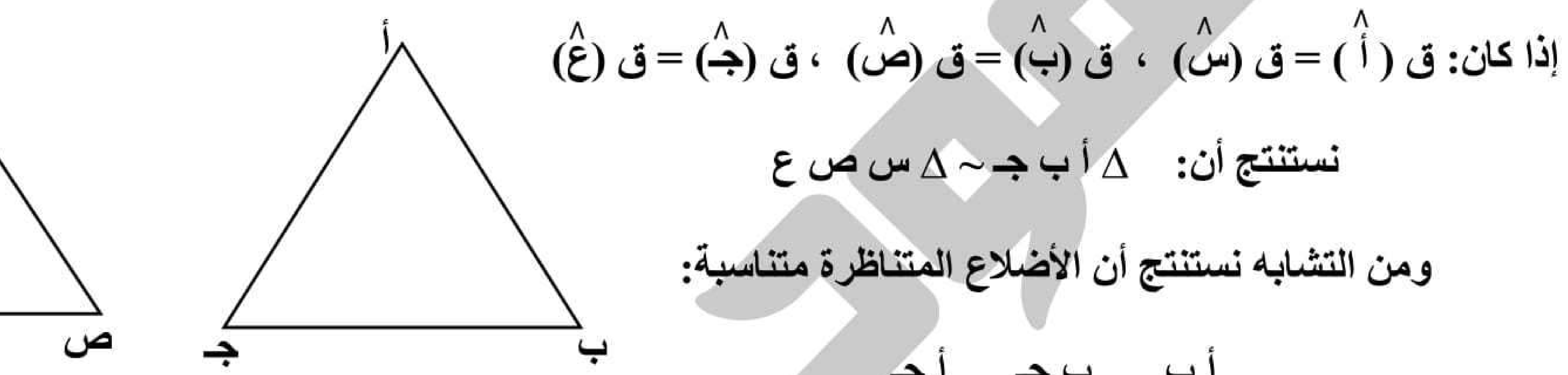
يقال لمضلعين أنهما متشابهين إذا تحقق الشرطان الآتيان معا:

1. زواياهما المتناظرة تكون متساوية في القياس
2. أطوال أضلاعهما المتناظرة تكون متناسبة

تشابه المثلثات

يتشابه المثلثان إذا تحقق أحد الشرطين الآتيين:

1. الزوايا المتناظرة متساوية في القياس
2. الأضلاع المتناظرة متناسبة



إذا كان: ق ($\hat{أ}$) = ق ($\hat{س}$) ، ق ($\hat{ب}$) = ق ($\hat{ص}$) ، ق ($\hat{جـ}$) = ق ($\hat{ع}$)

نستنتج أن: $\triangle$ أ ب جـ ~ $\triangle$ س ص ع

ومن التشابه نستنتج أن الأضلاع المتناظرة متناسبة:

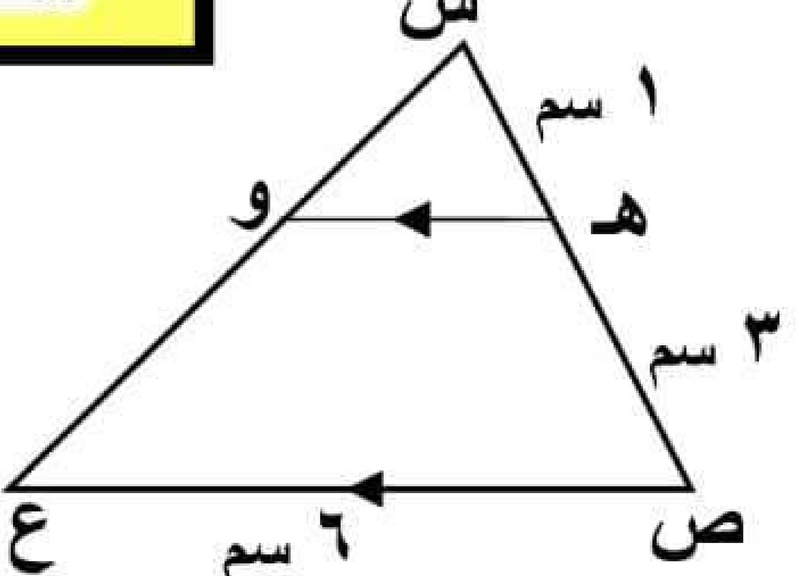
$$\frac{أ ب}{س ص} = \frac{ب جـ}{ص ع} = \frac{أ جـ}{س ع}$$

ملاحظات

1. النسبة بين محيطى مثلثين متشابهين = النسبة بين طولى ضلعين متناظرين بهما
2. إذا كانت النسبة بين طولى ضلعين متناظرين في مثلثين متشابهين = ١ كان المثلثان **متطابقان**
3. إذا كانت نسبة التكبير في مثلثين متشابهين = ١ كان المثلثان **متطابقان**
4. إذا كانت النسبة بين طولى ضلعين متناظرين > ١ فإنها تسمى **نسبة التكبير**
5. إذا كانت النسبة بين طولى ضلعين متناظرين < ١ فإنها تسمى **نسبة التصغير**
6. $\frac{\text{محيط الـ } \triangle \text{ الأصغر}}{\text{محيط الـ } \triangle \text{ الأكبر}} = \frac{\text{ضلع فى الـ } \triangle \text{ الأصغر}}{\text{نظيره فى الـ } \triangle \text{ الأكبر}}$
7. المضلعان المشابهان لثالث يكونان **متشابهان**
8. المضلعات المنتظمة التي لها نفس عدد الأضلاع تكون **متشابهة**

أمثلة

١) في الشكل المقابل:



هـ و // ص ع ، س هـ = ١سم ، هـ ص = ٣سم، ص ع = ٦ سم

١) برهن أن: Δ س هـ و ~ Δ س ص ع

٢) أوجد طول هـ و



الحل

∵ هـ و // ص ع

∴ ق (صَ^) = ق (س هـَ^ و) بالتناظر

، ق (عَ^) = ق (س وَ^ هـ) بالتناظر

، ∵ ∠س مشتركة

∴ Δ س هـ و ~ Δ س ص ع

$$\therefore \frac{\text{س هـ}}{\text{س ص}} = \frac{\text{هـ و}}{\text{ص ع}}$$

$$\therefore \frac{١}{٤} = \frac{\text{هـ و}}{٦}$$

$$\therefore \text{هـ و} = \frac{١ \times ٦}{٤} = ١,٥ \text{ سم}$$

٢) في الشكل المقابل:

ق(أ هـَ^ د) = ق(بَ^) ، أ هـ = ٤,٥ سم
أ د = ٣ سم ، د ب = ٦ سم

٣) اثبت أن: Δ أ د هـ ~ Δ أ جـ ب

٤) أوجد طول هـ جـ

الحل

∵ ق (أ هـَ^ د) = ق (بَ^) ، ∠ أ مشتركة

∴ ق (أ دَ^ هـ) = ق (جَـ^)

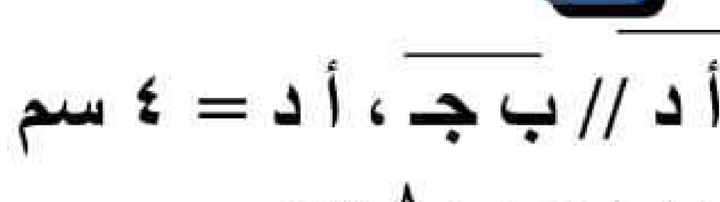
∴ Δ أ د هـ ~ Δ أ جـ ب

$$\therefore \frac{\text{أ د}}{\text{أ جـ}} = \frac{\text{أ هـ}}{\text{أ ب}}$$

$$\therefore \frac{٣}{\text{أ جـ}} = \frac{٤,٥}{٩} \qquad \therefore \text{أ جـ} = \frac{٣ \times ٩}{٤,٥} = ٦ \text{ سم}$$

∴ هـ جـ = ٦ − ٤,٥ = ١,٥ سم

٣) في الشكل المقابل:



أ د // ب جـ ، أ د = ٤ سم
، ب جـ = ٨ سم
، أ هـ = ٣سم ، د هـ = ٢ سم

١) اثبت أن : Δ أ هـ د ~ Δ جـ هـ ب

٢) أوجد طول هـ ب ، هـ جـ

الحل

∵ أ د // ب جـ

∴ ق (أَ^) = ق (جَـ^) بالتبادل

، ق (دَ^) = ق (بَ^) بالتبادل

∵ ق (أ هـَ^ د) = ق (ب هـَ^ جـ) بالتقابل بالرأس

∴ Δ أ هـ د ~ Δ جـ هـ ب

$$\therefore \frac{\text{أ هـ}}{\text{جـ هـ}} = \frac{\text{هـ د}}{\text{هـ ب}} = \frac{\text{أ د}}{\text{جـ ب}}$$

$$\therefore \frac{٣}{\text{جـ هـ}} = \frac{٢}{\text{هـ ب}} = \frac{٤}{٨} \qquad \therefore \text{جـ هـ} = \frac{٣ \times ٨}{٤} = ٦ \text{ سم}$$

$$\text{هـ ب} = \frac{٢ \times ٨}{٤} = ٤ \text{ سم}$$

٤)

مثلثان متشابهان أطوال أضلاع أحدهما ٣ سم ، ٤سم ، ٥سم ومحيط الآخر ٣٦ سم
أوجد أطوال أضلاع المثلث الآخر؟

الحل

محيط Δ الأول = ٣ + ٤ + ٥ = ١٢ سم

$$\frac{\text{محيط الثانى}}{\text{محيط الأول}} = \frac{٣٦}{١٢} = ٣$$

بضرب أطوال أضلاع Δ الأول × ٣

∴ أطوال أضلاع Δ الثانى هي : ٩ سم ، ١٢سم ، ١٥ سم

<u>للتأكد:</u> نجمع ٩ + ١٢ + ١٥
هنلاقيهم ٣٦ اللى هو محيط الثانى

٥ في الشكل المقابل:

أ ب // د هـ ، أ ب = ٢ سم

، د هـ = ٦ سم

، جـ هـ = ٩ سم

١) اثبت أن :

Δ أ ب جـ ~ Δ هـ د جـ

٢) أوجد طول جـ د ، أ جـ ، نسبة التكبير

الحل

∵ أ ب // د هـ

∴ ق (أ̂) = ق (هـ̂) بالتبادل

، ق (ب̂) = ق (د̂) بالتبادل

∵ ق (أ جـ̂ ب) = ق (هـ جـ̂ د) بالتقابل بالرأس

∴ Δ أ ب جـ ~ Δ هـ د جـ

$\therefore \frac{\text{أ ب}}{\text{هـ د}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{د جـ}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{هـ جـ}}$

$\therefore \frac{٢}{٦} = \frac{٤}{\text{د جـ}} = \frac{\text{أ جـ}}{٩}$ ∴ د جـ = $\frac{٤ \times ٦}{٢}$ = ١٢ سم

أ جـ = $\frac{٢ \times ٩}{٦}$ = ٣ سم ، نسبة التكبير = $\frac{٦}{٢}$ = ٣

٦ في الشكل المقابل:

د هـ // ب جـ ،

$\frac{\text{أ د}}{\text{أ ب}} = \frac{٤}{٦}$

١) برهن أن: Δ أ د هـ ~ Δ أ ب جـ

٢) أوجد طول هـ جـ

الحل

∵ د هـ // ب جـ

∴ ق (ب̂) = ق (أ د̂ هـ) بالتناظر

، ق (جـ̂) = ق (أ هـ̂ د) بالتناظر

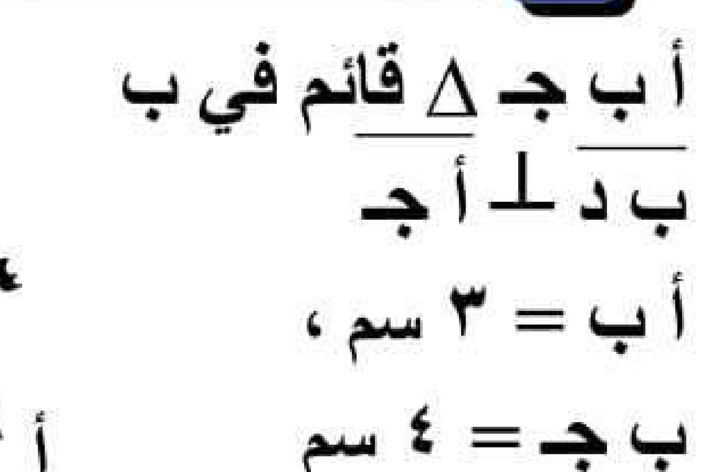
، ∵ ∠أ مشتركة

∴ Δ أ د هـ ~ Δ أ ب جـ

$\therefore \frac{\text{أ د}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{د هـ}}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{أ هـ}}{\text{أ جـ}}$ $\therefore \frac{٤}{٦} = \frac{٥}{\text{ب جـ}} = \frac{٦}{\text{أ جـ}}$

∴ أ جـ = $\frac{٦ \times ٦}{٤}$ = ٩ سم ∴ هـ جـ = ٩ ـ ٦ = ٣سم

٧ في الشكل المقابل:

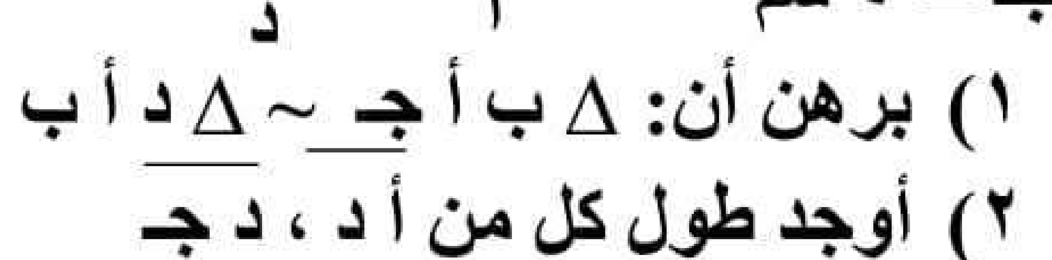


أ ب جـ Δ قائم في ب

ب د ⊥ أ جـ

أ ب = ٣ سم ،

ب جـ = ٤ سم



١) برهن أن: Δ ب أ جـ ~ Δ د أ ب

٢) أوجد طول كل من أ د ، د جـ

الحل

∵ ق (ب̂) = ق (أ د̂ ب) = ٩٠° ، ∠أ مشتركة

∴ ق (جـ̂) = ق (أ ب̂ د)

∴ Δ ب أ جـ ~ Δ د أ ب

في Δ ب أ جـ من فيثاغورث:

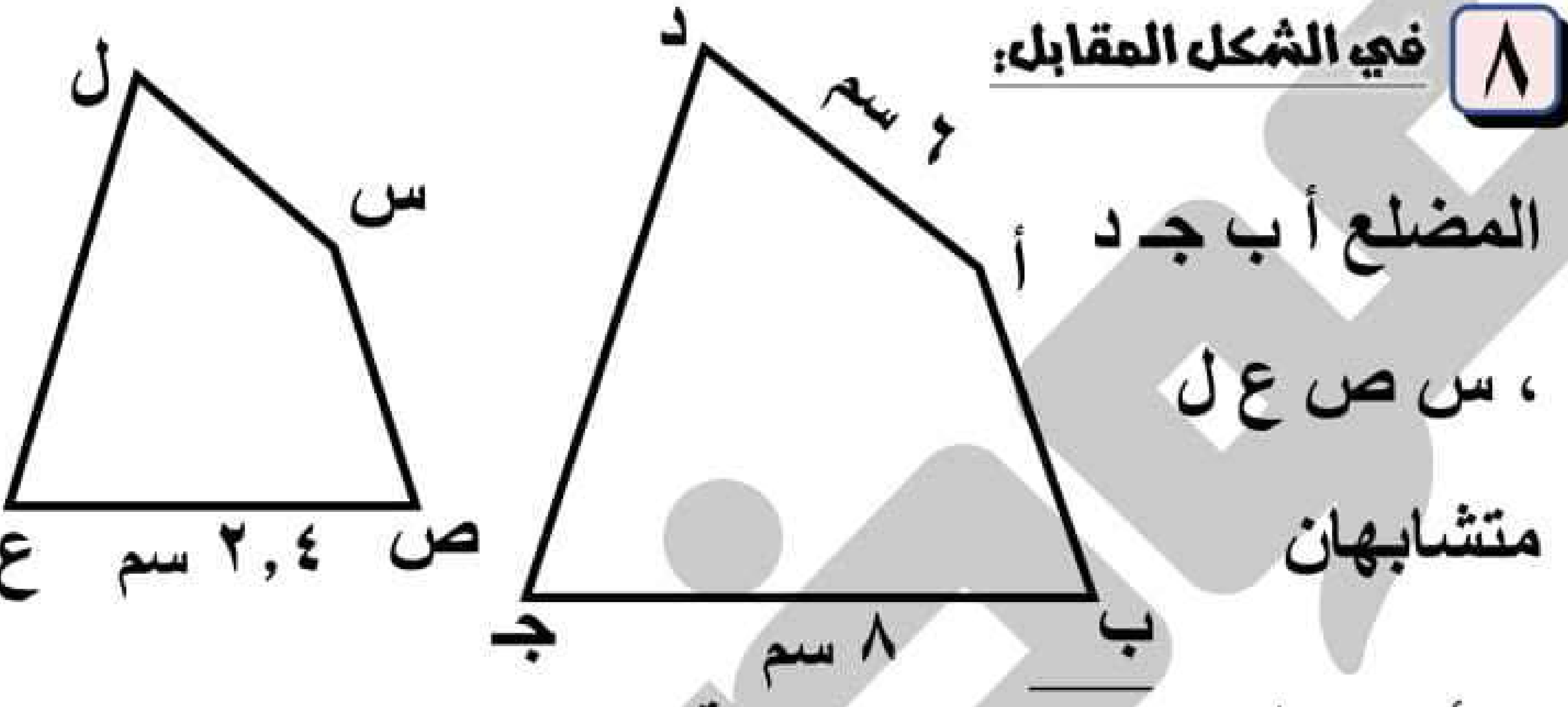
(أ جـ)^2 = ١٦ + ٩ = ٢٥ ∴ أ جـ = ٥ سم

$\therefore \frac{\text{ب أ}}{\text{د أ}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{د ب}}$

$\therefore \frac{٣}{\text{د أ}} = \frac{٥}{٣} = \frac{٤}{\text{د ب}}$ ∴ د أ = $\frac{٣ \times ٣}{٥}$ = ١,٨ سم

∴ د جـ = ٥ ـ ١,٨ = ٣,٢ سم

٨ في الشكل المقابل:



المضلع أ ب جـ د

، س ص ع ل

متشابهان

١) أوجد طول س ل وحدد نسبة التكبير

٢) إذا كان محيط الشكل أ ب جـ د = ٢٦ سم

فأوجد محيط الشكل س ص ع ل

الحل

∵ المضلع أ ب جـ د ~ المضلع س ص ع ل

$\therefore \frac{\text{ب جـ}}{\text{ص ع}} = \frac{\text{أ د}}{\text{س ل}}$ $\therefore \frac{٨}{٢,٤} = \frac{٦}{\text{س ل}}$ ∴ س ل = ١,٨ سم

نسبة التكبير = $\frac{٨}{٢,٤} = \frac{١٠}{٣}$

$\frac{\text{محيط الشكل أ ب جـ د}}{\text{محيط الشكل س ص ع ل}}$ = نسبة التكبير

$\frac{٢٦}{\text{محيط س ص ع ل}} = \frac{٨}{٢,٤}$

∴ محيط س ص ع ل = ٧,٨سم

تدريبات

١) في الشكل المقابل:

ق (ب^) = ق (د^) = ٩٠°

أ ب = ٢سم ، د هـ = ٤سم

جـ د = ٣ سم

١) اثبت أن : ∆ أ ب جـ ~ ∆ هـ د جـ

٢) أوجد طول ب جـ ، أ جـ ، نسبة التكبير

الحل

....

....

....

....

....

....

....

....

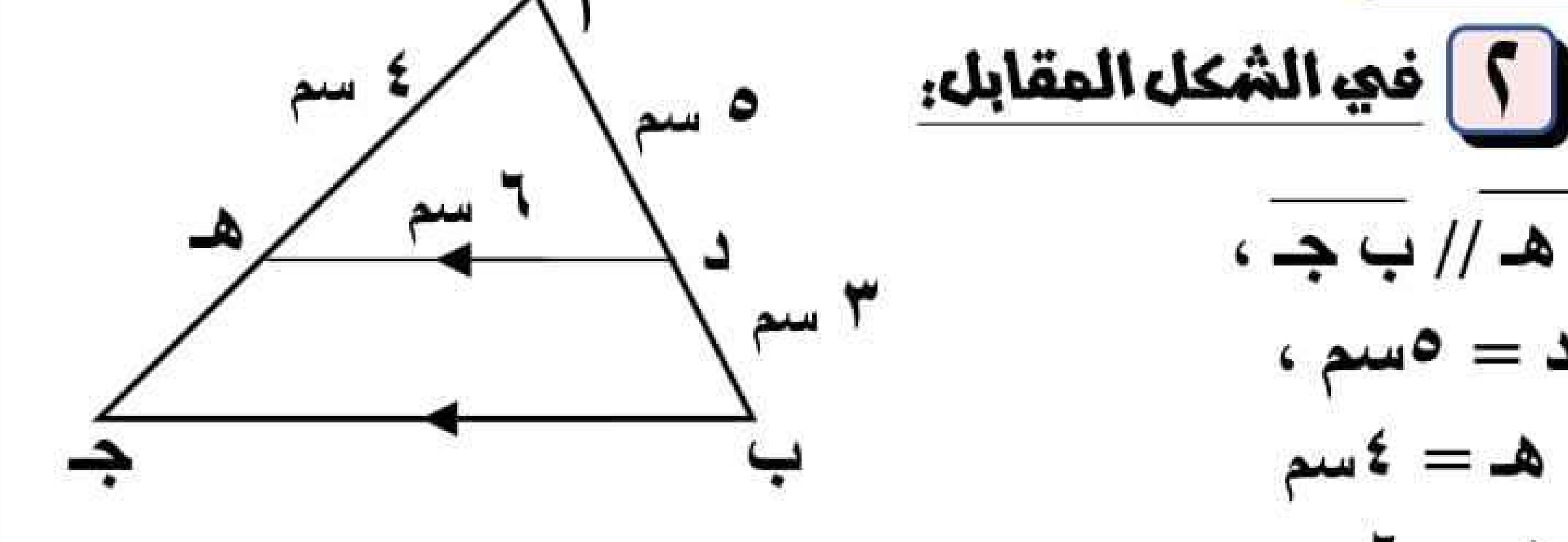
....

....

....

....

٢) في الشكل المقابل:



د هـ // ب جـ ،

أ د = ٥سم ،

أ هـ = ٤سم

د هـ = ٦ سم،

د ب = ٣ سم

١) برهن أن: ∆ أ د هـ ~ ∆ أ ب جـ

٢) أوجد طول كل من ب جـ ، هـ جـ

الحل

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....



اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين:

1) مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين ٣ : ٥ فإن النسبة بين محيطيهما ....
(٥:٢ ، ٥:٣ ، ٣:٥ ، ١:٢)

2) إذا كان Δ أ ب جـ ~ Δ د هـ و ، أ ب = $\frac{٢}{٥}$ د هـ فإن محيط Δ أ ب جـ = ... محيط Δ د هـ و
(٢ ، ٥ ، $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٤}{٢٥}$)

3) إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين تساوى ١ فإن المثلثين ....
(متطابقان ، متساويان في المساحة ، مختلفان ، غير ذلك)

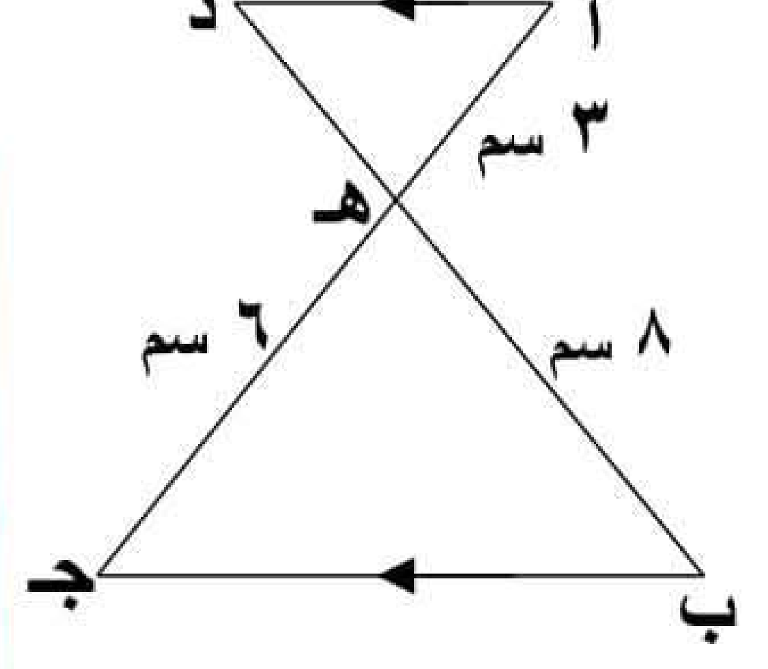
4) Δ أ ب جـ ~ Δ د هـ و ، ق ($\hat{ب}$) + ق($\hat{جـ}$) = ٨٠° فإن ق ($\hat{د}$) = ... ° (٨٠ ، ٩٠ ، ١٠٠ ، ١٨٠)

أكمل ما يأتي:

1) المضلعان المشابهان لثالث ....
2) مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين ٣ : ٨ فإن النسبة بين محيطيهما ....
3) مضلعان متشابهان النسبة بين محيطيهما ٢ : ٧ فإن النسبة بين طولى ضلعين متناظرين ....
4) يتشابه المثلثان إذا كانت الأضلاع المتناظرة .... والزوايا المتناظرة ....
5) إذا كانت النسبة بين طولى ضلعين متناظرين في مثلثين متشابهين تساوى ١ فإن المثلثان يكونان ....
6) يتشابه المثلثان إذا كانت .... متناسبة
7) إذا كانت النسبة بين ضلعين متناظرين في مثلثين متشابهين = $\frac{٣}{٤}$ فإن النسبة بين محيطيهما = ...
8) إذا كان المضلع أ ب جـ د ~ المضلع س ص ع ل فإن ق ($\hat{جـ}$) = ق ($\hat{.....}$......)
9) مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين هي ١ : ٣ فإذا كان محيط المضلع الأصغر ١٥ سم فإن محيط المضلع الأكبر = ... سم

أجب عن الأسئلة التالية:

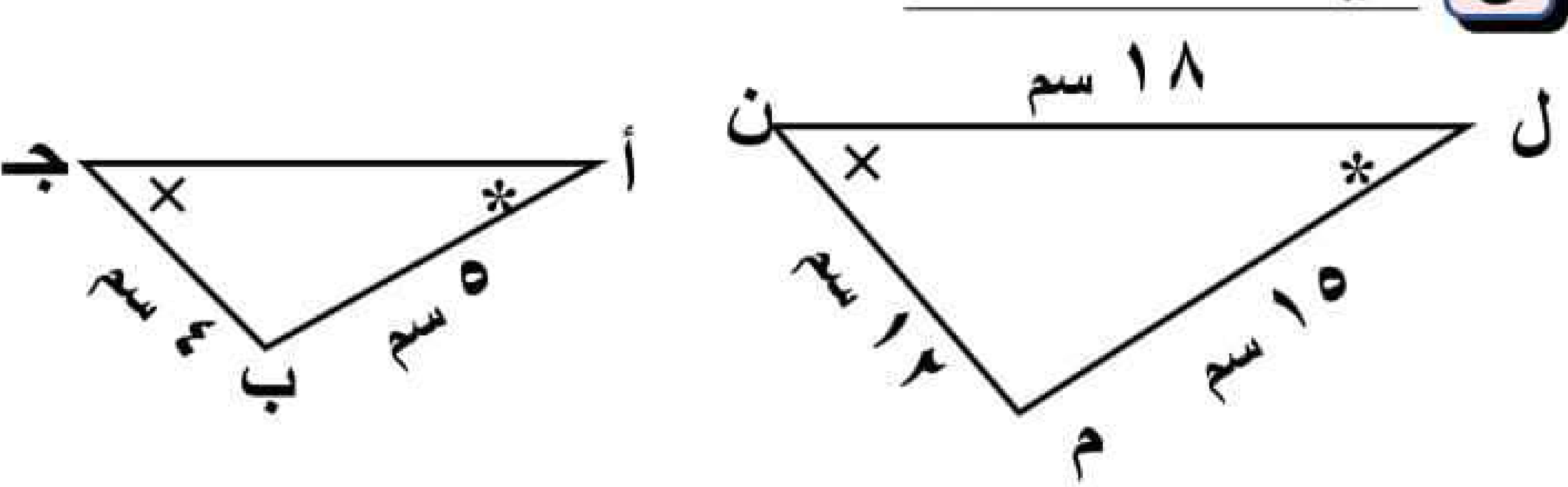
١) في الشكل المقابل:
$\overline{أ د}$ // $\overline{ب جـ}$
، ب هـ = ٨ سم
، أ هـ = ٣سم ، جـ هـ = ٦ سم
١) اثبت أن :
Δ أ هـ د ~ Δ جـ هـ ب
٢) أوجد طول $\overline{د هـ}$



٣) في الشكل المقابل:
ق(أ $\hat{هـ}$ د) = ق($\hat{ب}$) ،
أ هـ = ٤,٥ سم
أ د = ٢ سم ، د ب = ٤ سم
اثبت أن: Δ أ د هـ ~ Δ أ جـ ب
ثم أوجد طول $\overline{هـ جـ}$

٢) مثلثان متشابهان أطوال أضلاع أحدهما ٦ سم ، ٨سم ، ٤,٥ سم ومحيط الآخر ٧٤ سم
أوجد أطوال أضلاع المثلث الآخر؟

٤) في الشكل المقابل:



١) اثبت أن: Δ أ ب جـ ~ Δ ل م ن
٢) أوجد محيط Δ أ ب جـ

الدرس الخامس 5 — عكس نظرية فيثاغورث

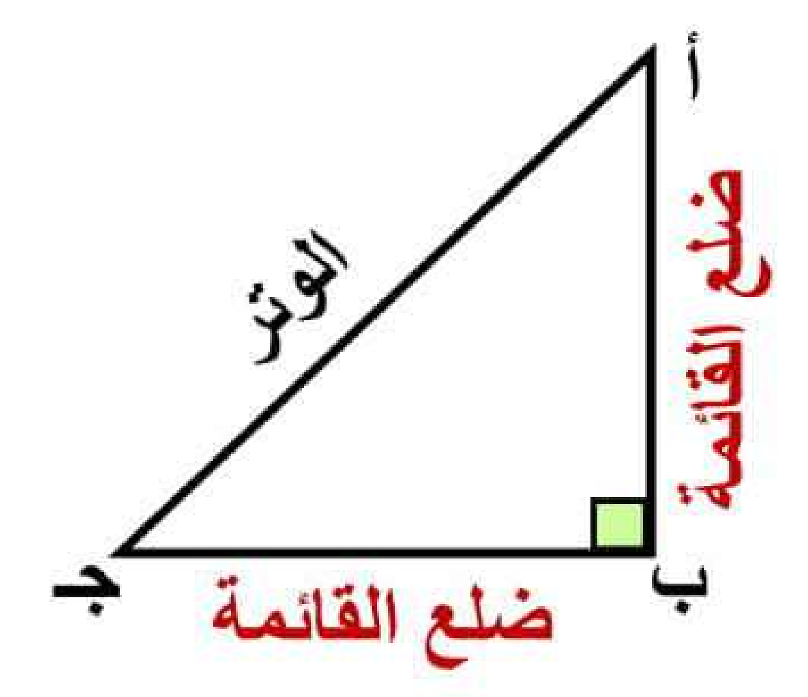
تذكر نظرية فيثاغورث

إذا كان Δ أ ب جـ قائم في ب فإن:

(أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2

(أ ب)^2 = (أ جـ)^2 ـ (ب جـ)^2

(ب جـ)^2 = (أ جـ)^2 ـ (أ ب)^2



عكس نظرية فيثاغورث

إذا كان مربع طول ضلع في مثلث يساوى مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع قائمة

لإثبات أن المثلث قائم: نربع الضلع الأكبر لوحده ثم نربع الضلعين الآخريين ونجمعهم

فمثلا في Δ أ ب جـ إذا كان أ جـ هو أكبر الأضلاع نثبت أن: (أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2

١ في الشكل المقابل:

اثبت أن Δ أ ب جـ قائم

الحل

(أ جـ)^2 = ١٣^2 = ١٦٩

(أ ب)^2 + (ب جـ)^2 = ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩

∵ (أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2

∴ Δ قائم في ب

٣ في الشكل المقابل:

اثبت أن Δ أ ب جـ قائم

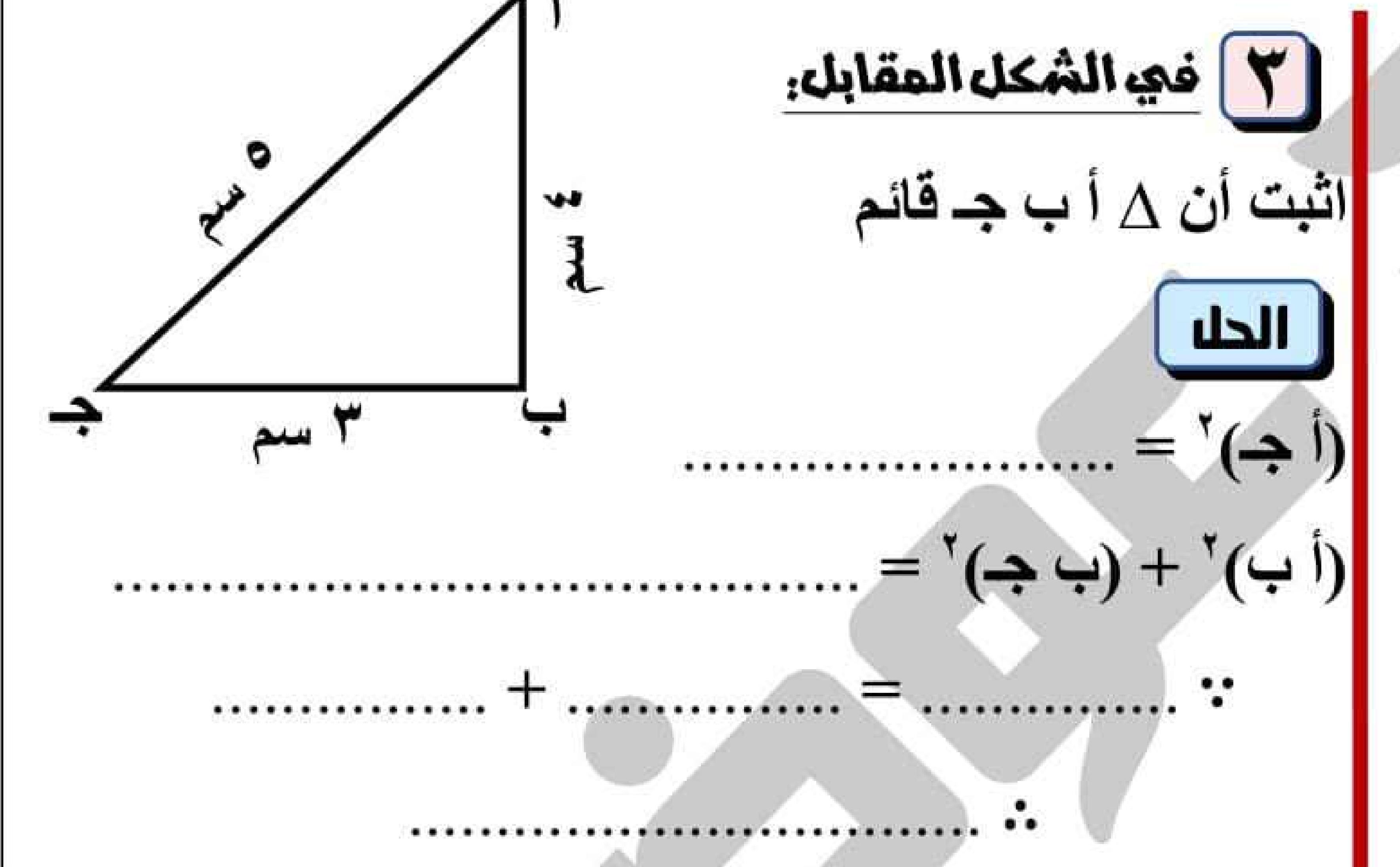
الحل

(أ جـ)^2 = ...

(أ ب)^2 + (ب جـ)^2 = ...

∵ .... = ... + ...

∴ ....



٢ في الشكل المقابل:

اثبت أن ق ($\hat{هـ}$) = ٩٠°

الحل

(د و)^2 = ٢٥^2 = ٦٢٥

(د هـ)^2 + (هـ و)^2 = ٥٧٦ + ٤٩ = ٦٢٥

∵ (د و)^2 = (د هـ)^2 + (هـ و)^2

∴ ق ($\hat{هـ}$) = ٩٠°

٤ في الشكل المقابل:

اثبت أن $\overline{\text{س ص}}$ ⊥ $\overline{\text{ص ع}}$

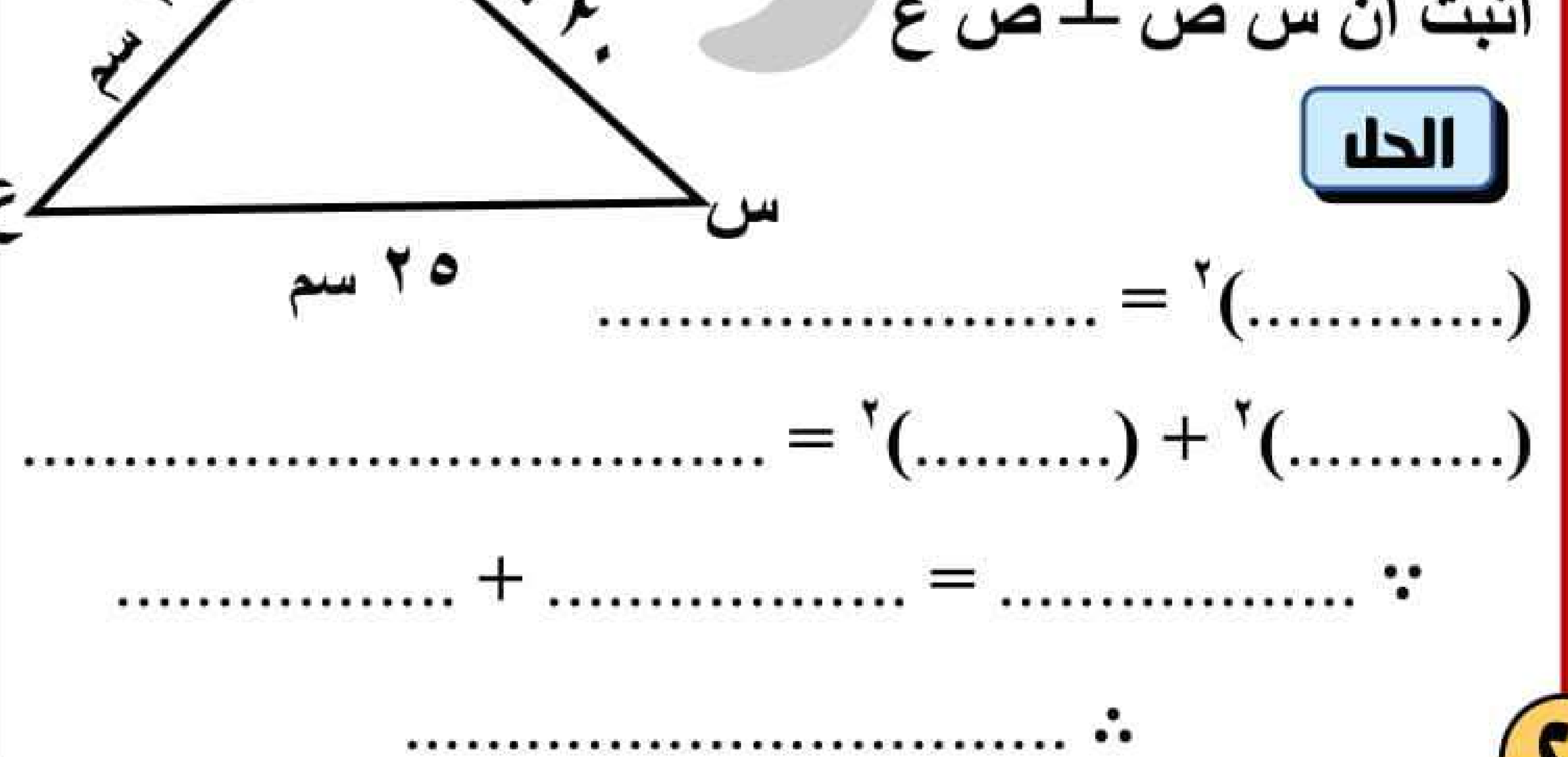
الحل

(............)^2 = ...

(..........)^2 + (.........)^2 = ...

∵ .... = ... + ...

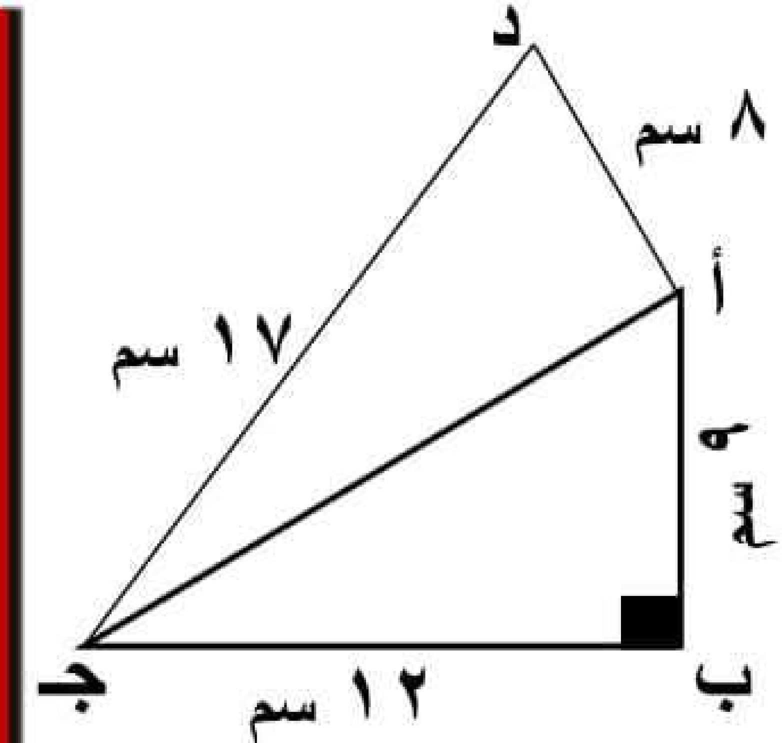
∴ ....



أمثلة

١) في الشكل المقابل:

أ ب جـ د شكل رباعى فيه
ق (ب̂) = ٩٠
أ ب = ٩ سم ، ب جـ = ١٢ سم
أ د = ٨ سم ، د جـ = ١٧ سم
١) أوجد طول أ جـ
٢) اثبت أن ق (د أ̂ جـ) = ٩٠



الحل

في ∆ أ ب جـ القائم من فيثاغورث :

(أ جـ)^2 = ٨١ + ١٤٤ = ٢٢٥ ∴ أ جـ = ١٥ سم

في ∆ د أ جـ :

(د جـ)^2 = ١٧ × ١٧ = ٢٨٩

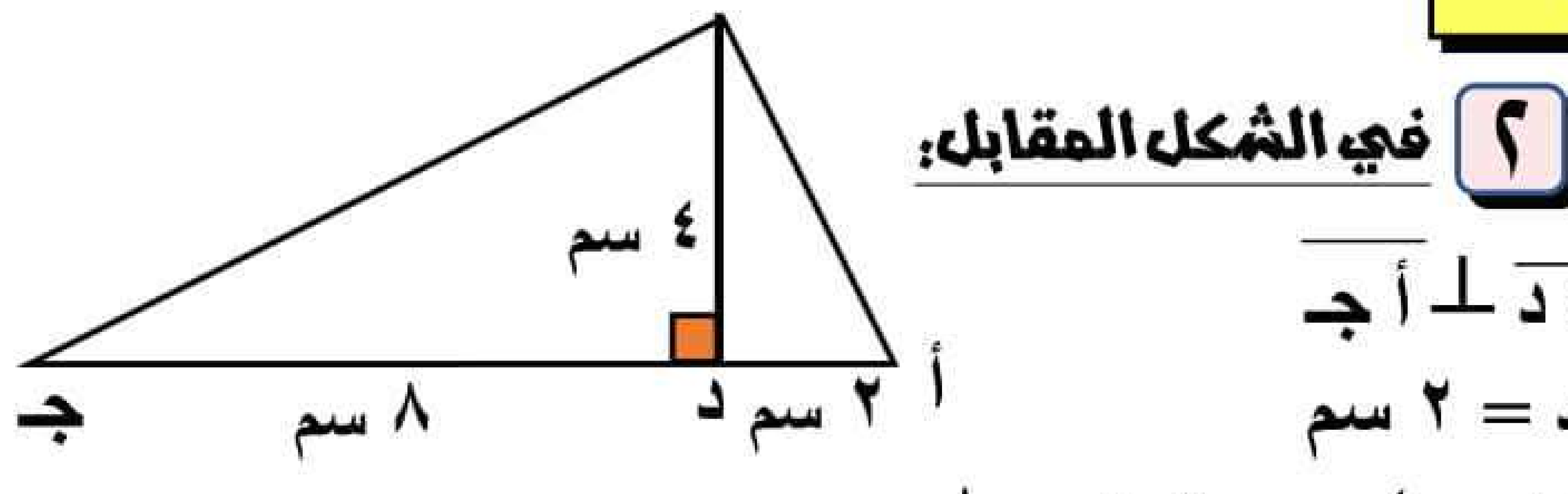
(أ د)^2 + (أ جـ)^2 = ٦٤ + ٢٢٥ = ٢٨٩

∵ (د جـ)^2 = (أ د)^2 + (أ جـ)^2

∴ ق (د أ̂ جـ) = ٩٠°

٢) في الشكل المقابل:

ب د ⊥ أ جـ
أ د = ٢ سم
ب د = ٤ سم ، د جـ = ٨ سم
اثبت أن ق (أ ب̂ جـ) = ٩٠°



الحل

في ∆ ب د جـ القائم من فيثاغورث :

(ب جـ)^2 = ٨^2 + ٤^2 = ٨٠ ∴ ب جـ = $\sqrt{٨٠}$ سم

في ∆ أ د ب القائم من فيثاغورث :

(أ ب)^2 = ٢^2 + ٤^2 = ٢٠ ∴ أ ب = $\sqrt{٢٠}$ سم

في ∆ أ ب جـ : أ جـ = ٨ + ٢ = ١٠ سم

(أ جـ)^2 = ١٠^2 = ١٠٠

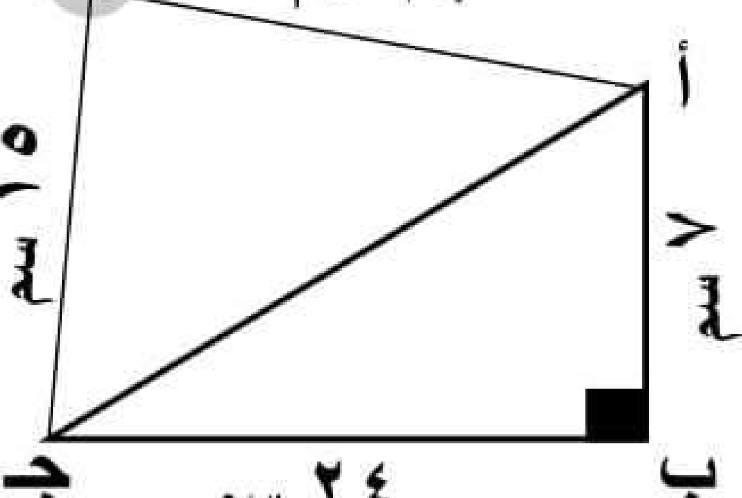
(ب جـ)^2 + (أ ب)^2 = ٨٠ + ٢٠ = ١٠٠

∵ (أ جـ)^2 = (ب جـ)^2 + (أ ب)^2

∴ ق (أ ب̂ جـ) = ٩٠°

٣) في الشكل المقابل:

ق (ب̂) = ٩٠
اثبت أن ق (د̂) = ٩٠°



الحل

....

....

....

....

....

....

....

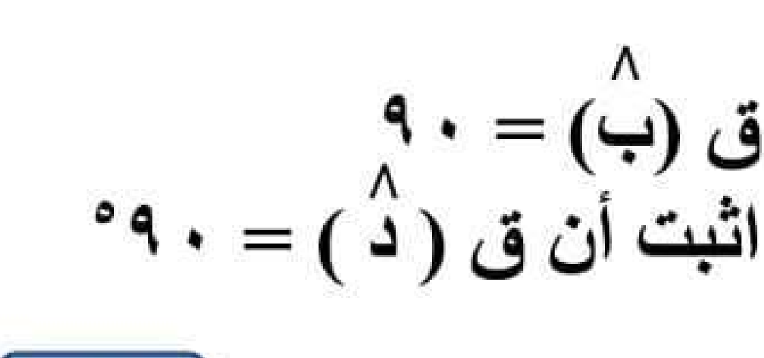
....

....

....

٤) في الشكل المقابل:

أ د ⊥ ب جـ
برهن أن:
ق (ب أ̂ جـ) = ٩٠°



الحل

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....



اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين:

1) الاطوال ٦ سم ، ٨ سم ، ١٠ سم تصلح أن تكون أضلاع مثلث ....

(قائم الزاوية ، منفرج الزاوية ، حاد الزوايا ، متساوى الساقين)

2) فى Δ أ ب جـ إذا كان (أ ب)^{2} = (ب جـ)^{2} ـ (أ جـ)^{2} فإن ق (...........^) = ٩٠°

(ب ، أ ، جـ ، غير ذلك)

3) فى Δ س ص ع إذا كان (س ص)^{2} = (ص ع)^{2} ـ (س ع)^{2} فإن زاوية .... قائمة

(س ، ص ، ع ، غير ذلك)

4) فى Δ أ ب جـ إذا كان (أ جـ)^{2} = (أ ب)^{2} + (ب جـ)^{2} فإن $\angle$ ب تكون ....

(حادة ، قائمة ، منفرجة ، مستقيمة)

أكمل ما يأتي:

1) فى Δ أ ب جـ إذا كان (أ جـ)^{2} = (أ ب)^{2} ـ (ب جـ)^{2} فإن ق (..........^) = ٩٠°

2) إذا كان مربع طول ضلع في مثلث يساوى مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع ....

3) المثلث أ ب جـ فيه : (أ ب)^{2} = (أ جـ)^{2} + (ب جـ)^{2} ، ق ($\hat{ب}$) = ٤٠° فإن ق ($\hat{أ}$) = ...

4) فى Δ س ص ع إذا كان (س ع)^{2} = (س ص)^{2} + (ص ع)^{2} فإن زاوية .... تكون قائمة

5) فى Δ أ ب جـ إذا كان (ب جـ)^{2} = (أ ب)^{2} ـ (أ جـ)^{2} فإن زاوية .... تكون قائمة

أجب عن الأسئلة التالية:

١) في الشكل المقابل:

ق (أ $\hat{جـ}$ د) = ٩٠°

أ ب = ١٢ سم

ب جـ = ١٦ سم

أ د = ٢٥ سم

جـ د = ١٥ سم

اثبت أن ق ($\hat{ب}$) = ٩٠°

٢) في الشكل المقابل:

$\overline{ب د}$ $\perp$ $\overline{أ جـ}$

أ ب = ١٥ سم

أ د = ٩ سم

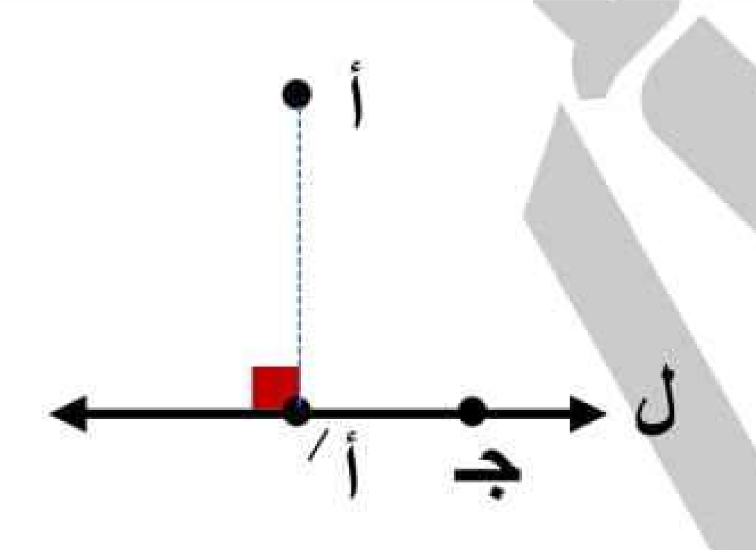
د جـ = ١٦ سم

١) أوجد طول كل من $\overline{ب د}$ ، $\overline{ب جـ}$

٢) برهن أن ق(أ $\hat{ب}$ جـ) = ٩٠°

الدرس السادس 6 — المساقط

مسقط نقطة على مستقيم

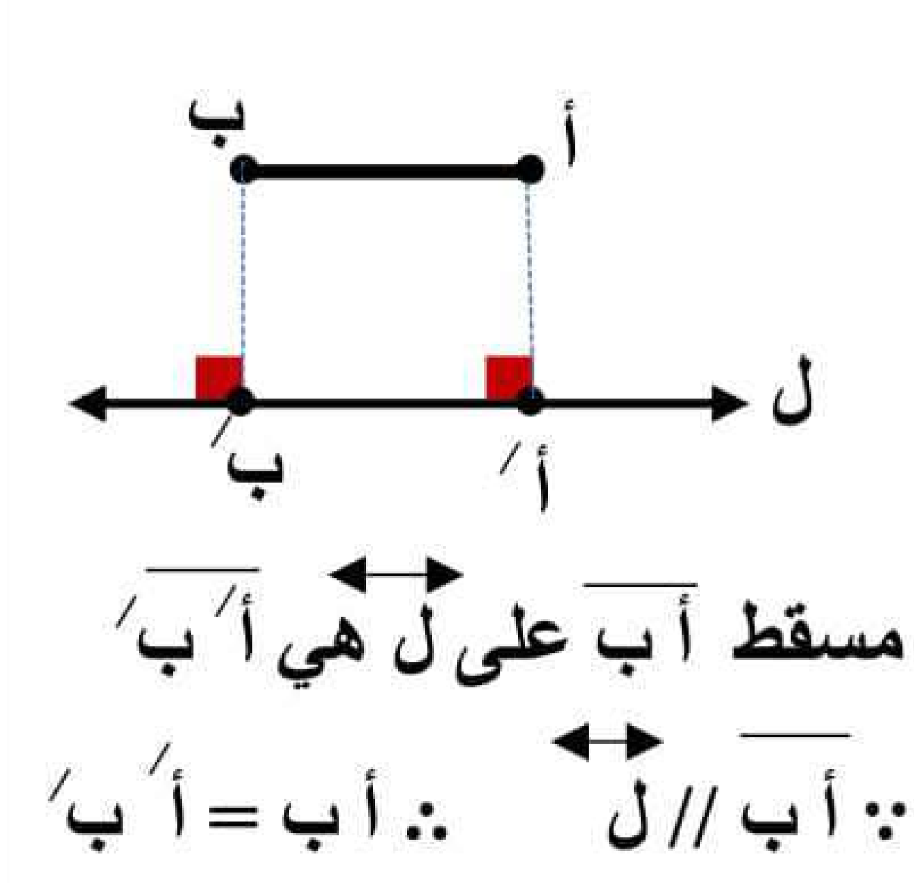


مسقط النقطة أ على ل هي النقطة أ/

مسقط النقطة جـ على ل هي نفسها النقطة جـ

لأن جـ ∈ ل

مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم



مسقط أ ب على ل هي أ/ ب/

∵ أ ب // ل ∴ أ ب = أ/ ب/



مسقط م ن على ل هي النقطة ن

لأن م ن ⊥ ل

ملاحظات

١) مسقط نقطة ∉ للمستقيم هو نقطة تقاطع العمود المرسوم من هذه النقطة على المستقيم

٢) مسقط نقطة ∈ للمستقيم هي نفسها

٣) إذا كانت القطعة المستقيمة عمودية على المستقيم فإن مسقطها يكون نقطة

٤) إذا كانت القطعة المستقيمة عمودية على المستقيم فإن طول مسقطها يساوى صفر

٥) طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم يكون أصغر من أو يساوى ≥ طول القطعة المستقيمة نفسها

مثال

في الشكل المقابل:

١) مسقط أ ب على ب جـ هو ب د

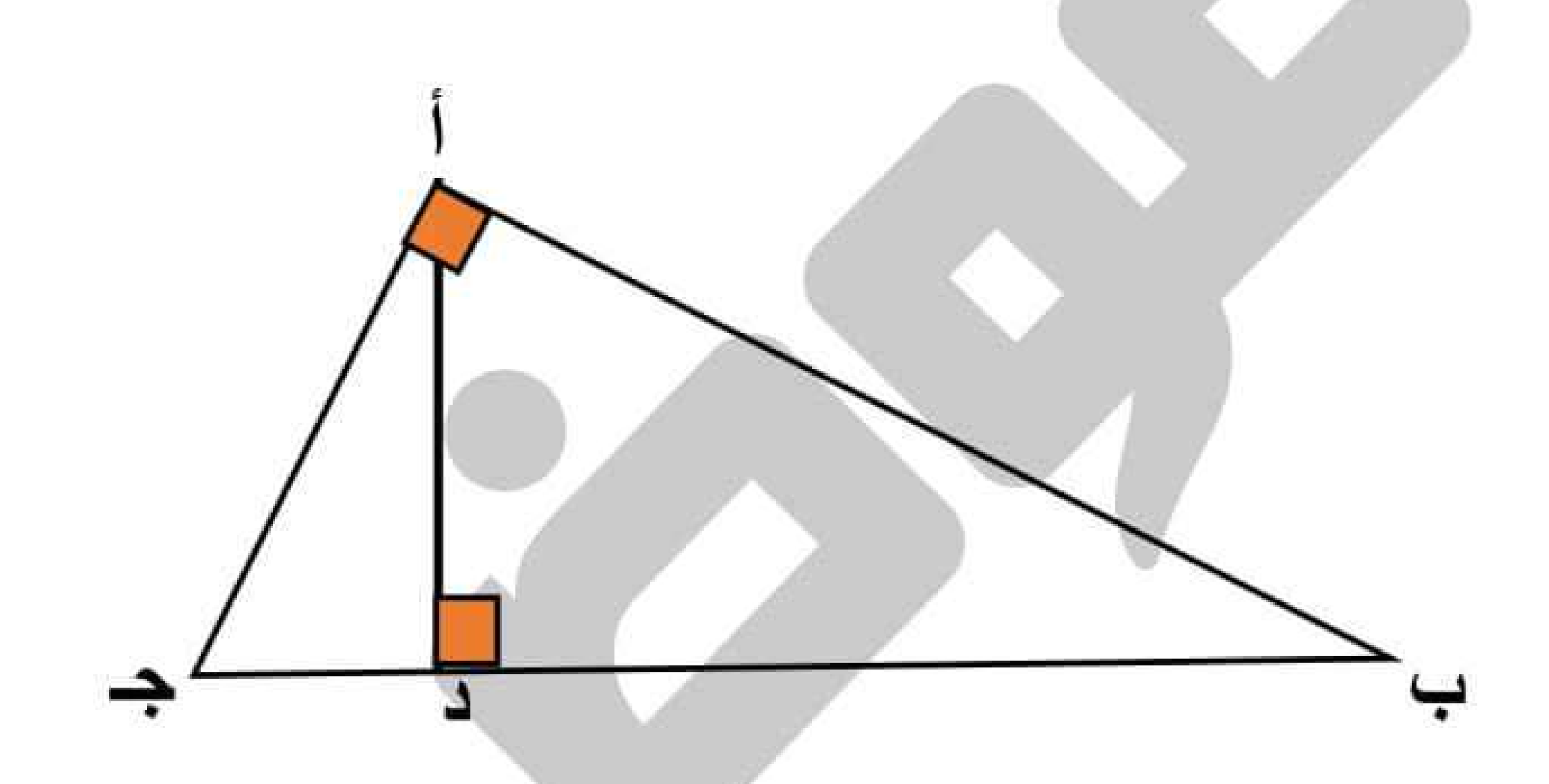
٢) مسقط أ جـ على ب جـ هو د جـ

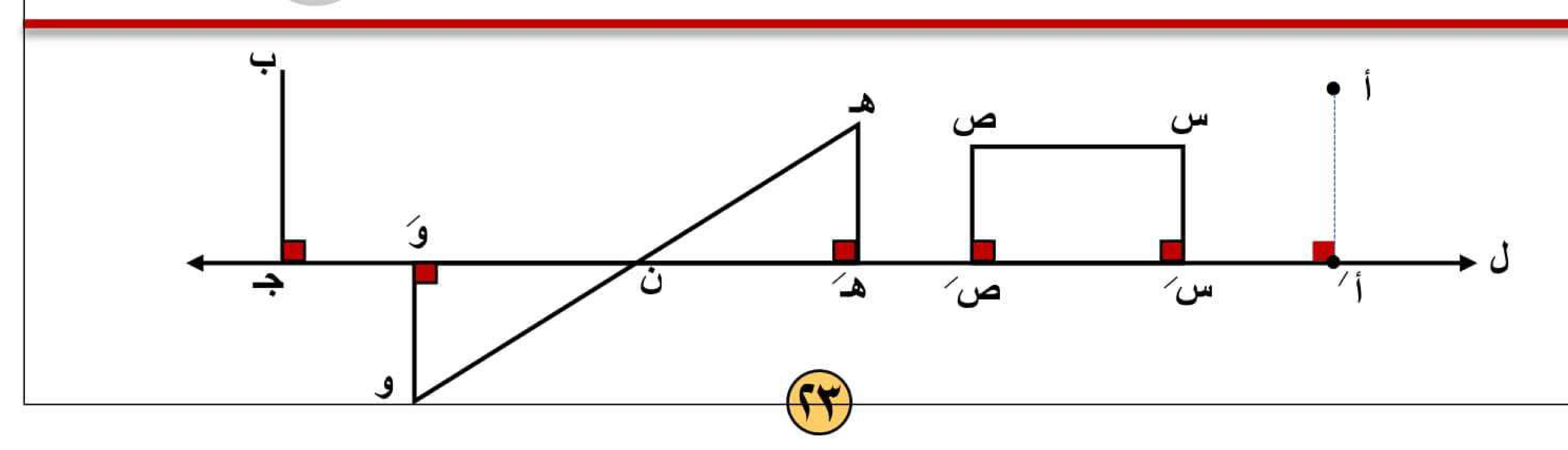
٣) مسقط أ د على ب جـ هو د

٤) مسقط أ ب على أ د هو أ د

٥) مسقط ب أ على ب جـ هو أ

٦) مسقط ب د على ب جـ هو ب د

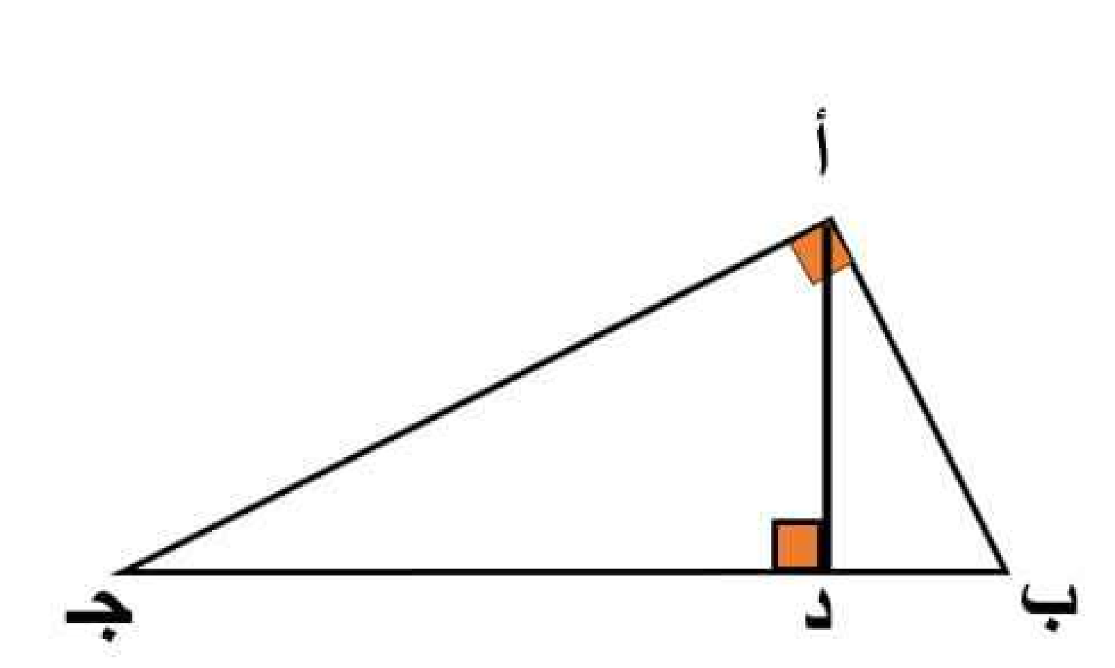




نظرية إقليدس

الدرس السابع 7

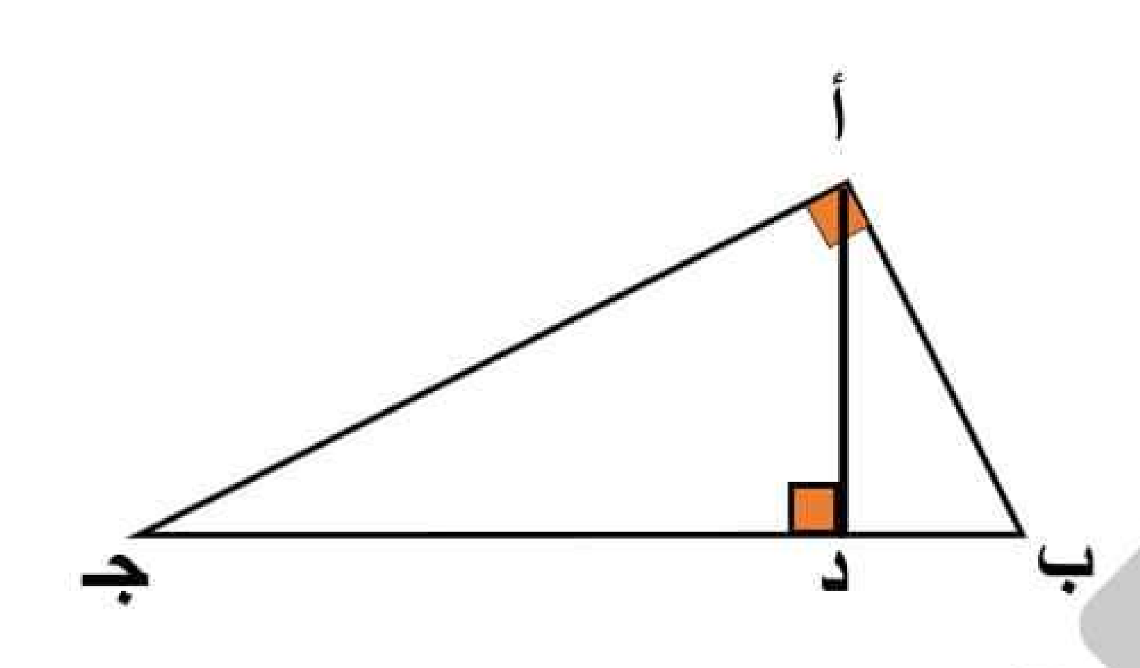
مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعى القائمة في المثلث القائم الزاوية تساوى مساحة المستطيل الذى بعداه طول هما طول مسقط ها الضلع على الوتر وطول الوتر



∵ $\triangle$ أ ب جـ قائم ، $\overline{\text{أ د}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$ فإن:

1. (أ ب)^2 = ب د × الوتر ب جـ
2. (أ جـ)^2 = جـ د × الوتر ب جـ
3. (أ د)^2 = ب د × د جـ
4. أ د = $\frac{\text{أ ب} \times \text{أ جـ}}{\text{ب جـ}}$

ملاحظات



مسقط الضلع أ ب على الوتر ب جـ هو $\overline{\text{ب د}}$

مسقط الضلع أ جـ على الوتر ب جـ هو $\overline{\text{د جـ}}$

مسقط الوتر ب جـ على الضلع أ ب هو $\overline{\text{أ ب}}$

مسقط الوتر ب جـ على الضلع أ جـ هو $\overline{\text{أ جـ}}$

مسقط الضلع أ ب على العمود أ د هو $\overline{\text{أ د}}$

مسقط الضلع أ جـ على العمود أ د هو $\overline{\text{أ د}}$

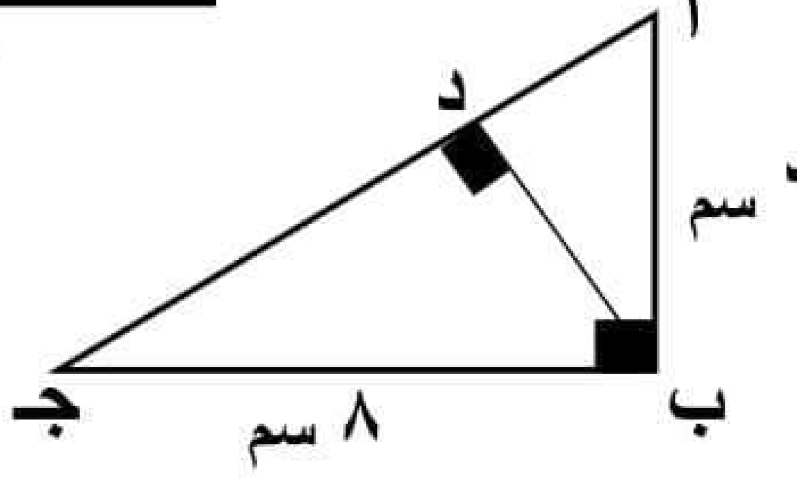
لحساب طول مسقط ضلع على الوتر

طول المسقط = $\frac{\text{مربع الضلع}}{\text{طول الوتر}}$

ب د = $\frac{(\text{أ ب})^2}{\text{ب جـ}}$ ، د جـ = $\frac{(\text{أ جـ})^2}{\text{ب جـ}}$

أمثلة

١) في الشكل المقابل:



△ أ ب جـ قائم في ب

ب د ⊥ أ جـ

أ ب = ٦سم ، ب جـ = ٨سم

أوجد طول ب د

الحل

في △ أ ب جـ من فيثاغورث:

(أ جـ)^2 = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠ ∴ أ جـ = ١٠ سم

من إقليدس : ∵ △ قائم ، ب د ⊥ أ جـ

ب د = $\frac{\text{أ ب} \times \text{ب جـ}}{\text{أ جـ}}$ = $\frac{٦ \times ٨}{١٠}$ = $\frac{٤٨}{١٠}$

∴ ب د = ٤,٨ سم

---

٢) في الشكل المقابل:

△ أ ب جـ قائم في ب

ب د ⊥ أ جـ

أ د = ٩سم ، د جـ = ١٦سم

أوجد طول كل من أ ب ، ب جـ ، ب د



الحل

الوتر أ جـ = ٩ + ١٦ = ٢٥ سم

من إقليدس:

∵ △ قائم ، ب د ⊥ أ جـ

∴ (أ ب)^2 = أ د × أ جـ

= ٩ × ٢٥ = ٢٢٥

∴ أ ب = ١٥سم

(ب جـ)^2 = د جـ × أ جـ

= ١٦ × ٢٥ = ٤٠٠

∴ ب جـ = ٢٠ سم

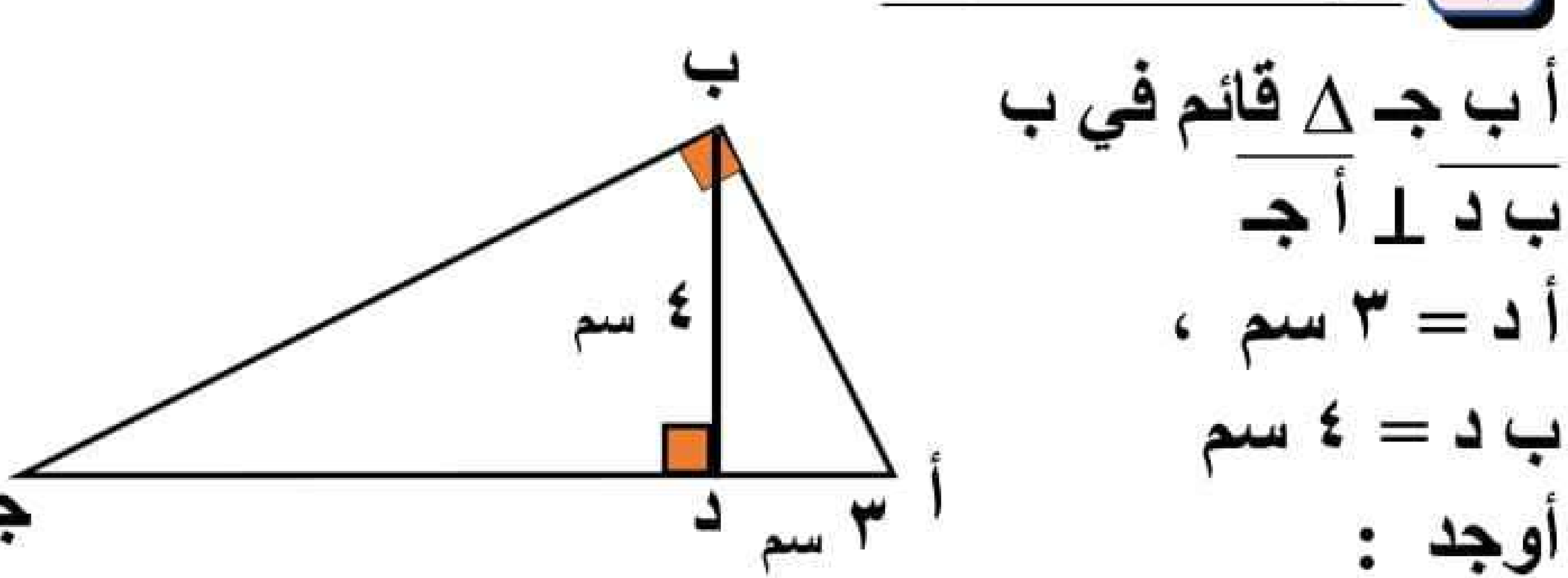
(ب د)^2 = أ د × د جـ

= ٩ × ١٦ = ١٤٤

∴ ب د = ١٢ سم

---

٣) في الشكل المقابل:



△ أ ب جـ قائم في ب

ب د ⊥ أ جـ

أ د = ٣ سم ،

ب د = ٤ سم

أوجد :

١) طول أ ب

٢) طول مسقط ب جـ على أ جـ

٣) طول مسقط أ جـ على ب جـ

الحل

١) في △ أ د ب القائم من فيثاغورث:

(أب)^2 = ٩ + ١٦ = ٢٥ ∴ أ ب = ٥ سم

٢) مسقط ب جـ على أ جـ هو د جـ

∵ △ قائم ، ب د ⊥ أ جـ

∴ (ب د)^2 = أ د × د جـ

٤^2 = ٣ × د جـ

∴ د جـ = $\frac{١٦}{٣}$ سم

٣) مسقط أ جـ على ب جـ هو ب جـ

نقدر نحسب ب جـ باستخدام فيثاغورث أو باستخدام اقليدس

تعالوا نجيبها باستخدام اقليدس:

الوتر أ جـ = ٣ + $\frac{١٦}{٣}$ = $\frac{٢٥}{٣}$ سم

(ب جـ)^2 = د جـ × أ جـ

= $\frac{١٦}{٣} \times \frac{٢٥}{٣}$ = $\frac{٤٠٠}{٩}$

∴ ب جـ = $\frac{٢٠}{٣}$ سم

٤ في الشكل المقابل:

ق $(\hat{جـ})$ = ق $(\hat{أ})$ = ٩٠°

$\overline{أهـ} \perp \overline{هـ د}$ ،

ب جـ = ٧ سم

جـ د = ٢٤ سم ،

أ ب = ١٥ سم

١) أوجد طول كل من $\overline{ب د}$ ، $\overline{أ د}$

٢) أوجد طول مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overline{ب د}$

الحل

١) في Δ ب جـ د القائم من فيثاغورث :

$(ب د)^٢ = (ب جـ)^٢ + (جـ د)^٢$

∴ $(ب د)^٢$ = ٤٩ + ٥٧٦ = ٦٢٥ ∴ ب د = ٢٥ سم

في Δ أ ب د من فيثاغورث :

$(أ د)^٢ = (ب د)^٢ - (أ ب)^٢$

∴ $(أ د)^٢$ = ٦٢٥ ـ ٢٢٥ = ٤٠٠ ∴ أ د = ٢٠ سم

٢) مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overline{ب د}$ هو $\overline{ب هـ}$

في Δ أ ب د من إقليدس :

$(أ ب)^٢$ = ب هـ × ب د

٢٢٥ = ب هـ × ٢٥

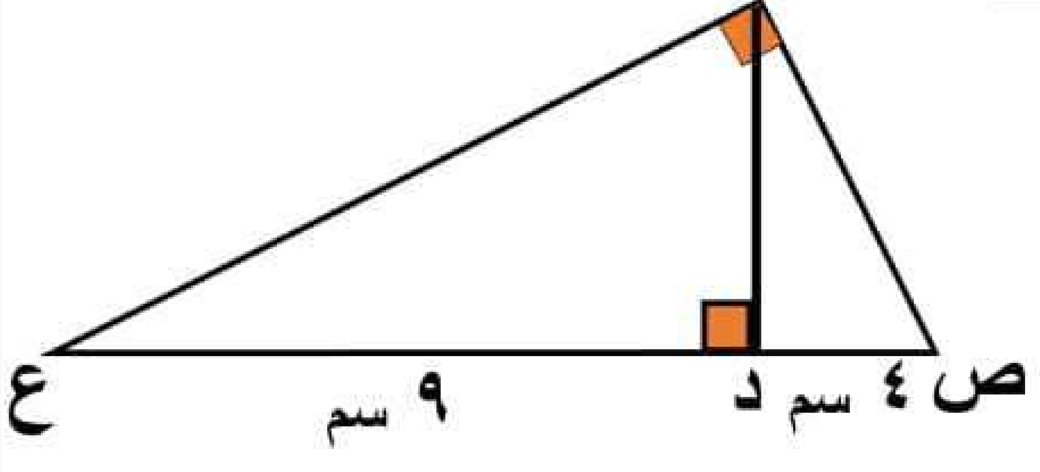
∴ ب هـ = ٢٢٥ ÷ ٢٥ = ٩ سم

٥ في الشكل المقابل:

ق $(\hat{ب})$ = ٩٠

$\overline{س د} \perp \overline{ص ع}$ ،

أوجد طول $\overline{س د}$





الحل

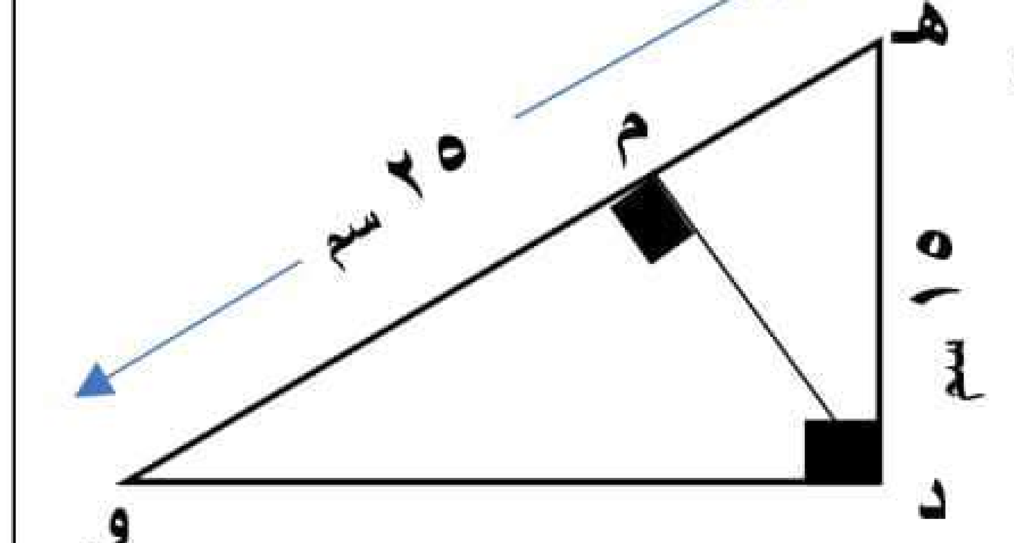
∵ Δ قائم ، $\overline{س د} \perp \overline{ص ع}$

∴ $(س د)^٢$ = ص د × د ع

= ٤ × ٩ = ٣٦

∴ س د = ٦ سم

٦ في الشكل المقابل:



ق (د) = ٩٠

$\overline{د م} \perp \overline{هـ و}$ ،

هـ د = ١٥ سم

هـ و = ٢٥ سم ،

أوجد طول كل من: $\overline{هـ م}$ ، $\overline{د و}$ ، $\overline{د م}$

الحل

في Δ هـ د و القائم من فيثاغورث :

$(د و)^٢ = (هـ و)^٢ - (هـ د)^٢$

∴ $(د و)^٢$ = ٦٢٥ + ٢٢٥ = ٤٠٠ ∴ د و = ٢٠ سم

من إقليدس :

$(د هـ)^٢$ = هـ م × هـ و

$١٥^٢$ = هـ م × ٢٥

∴ هـ م = ٢٢٥ ÷ ٢٥ = ٩ سم

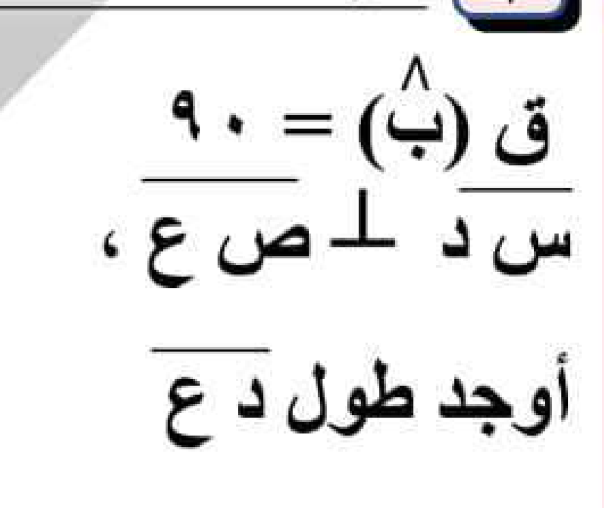
∴ م و = ٢٥ ـ ٩ = ١٦

$(د م)^٢$ = م هـ × م و

= ٩ × ١٦ = ١٤٤

∴ د م = ١٢ سم

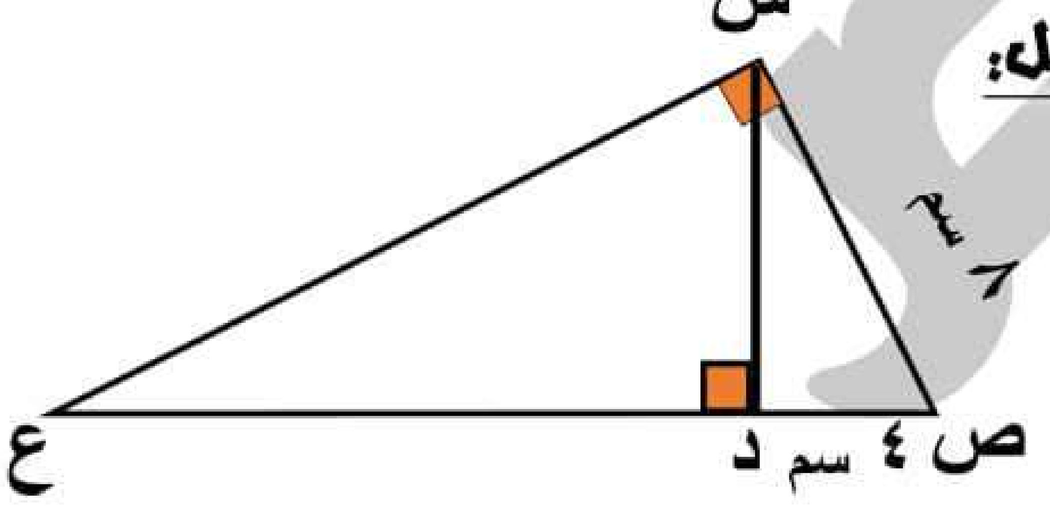
٧ في الشكل المقابل:



ق $(\hat{ب})$ = ٩٠

$\overline{س د} \perp \overline{ص ع}$ ،

أوجد طول $\overline{د ع}$



الحل

∵ Δ قائم ، $\overline{س د} \perp \overline{ص ع}$

∴ $(س ص)^٢$ = ص د × ص ع

٦٤ = ٤ × ص ع

∴ ص ع = ٦٤ ÷ ٤ = ١٦ سم

∴ د ع = ١٦ ـ ٤ = ١٢ سم



اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين:

1. طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم .... طول القطعة الأصلية (≤ ، ≥ ، < ، =)
2. إذا كان مسقط نقطة أ على مستقيم ل هو النقطة ب فإن $\overline{أب}$ .... $\overleftrightarrow{ل}$ (≡ ، // ، ⊥ ، =)
3. إذا كان مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم هو قطعة مستقيمة مساوية لها في الطول فإن القطعة .... المستقيم (// ، ⊥ ، = ، <)
4. طول مسقط قطعة مستقيمة موازية لمستقيم معلوم على هذا المستقيم .... طول القطعة المستقيمة (> ، < ، = ، ≠)
5. إذا كان $\overline{أب}$ ⊥ $\overleftrightarrow{ب جـ}$ فإن مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{ب جـ}$ هو .... ($\overline{أب}$ ، $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{أ جـ}$ ، {ب})
6. مسقط قطعة مستقيمة عمودية على مستقيم معلوم هو .... (نقطة ، قطعة مستقيمة ، شعاع ، خط مستقيم)
7. Δ أ ب جـ قائم في ب ، $\overline{ب د}$ ⊥ $\overline{أ جـ}$ فإن مسقط $\overline{ب د}$ على $\overline{أ جـ}$ هو .... (أ ، ب ، جـ ، د)
8. Δ أ ب جـ قائم الزاوية في أ ، أ ب = أ جـ = ٤ سم ، $\overline{أ د}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ يقطعه في د فإن أ د = ... سم (٢ ، ٥ ، ٢$\sqrt{٢}$ ، ٣)
9. طول مسقط نقطة على مستقيم = ... (١ سم ، ٢ سم ، ٠,٥ سم ، صفر)

أكمل ما يأتي:

1. إذا كانت النقطة أ ∈ المستقيم ل فإن مسقط أ على المستقيم ل هو ....
2. مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعى القائمة يساوى مساحة المستطيل الذى بعداه ....
3. Δ أ ب جـ قائم الزاوية في ب ، $\overline{ب د}$ ⊥ $\overline{أ جـ}$ يقطعه في د فإن $(أ ب)^٢$ = ... × ....
4. إذا كان $\overline{أب}$ // $\overleftrightarrow{س ص}$ فإن طول مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{س ص}$ .... طول $\overline{أب}$

أجب عن الأسئلة التالية:

(١) في الشكل المقابل:

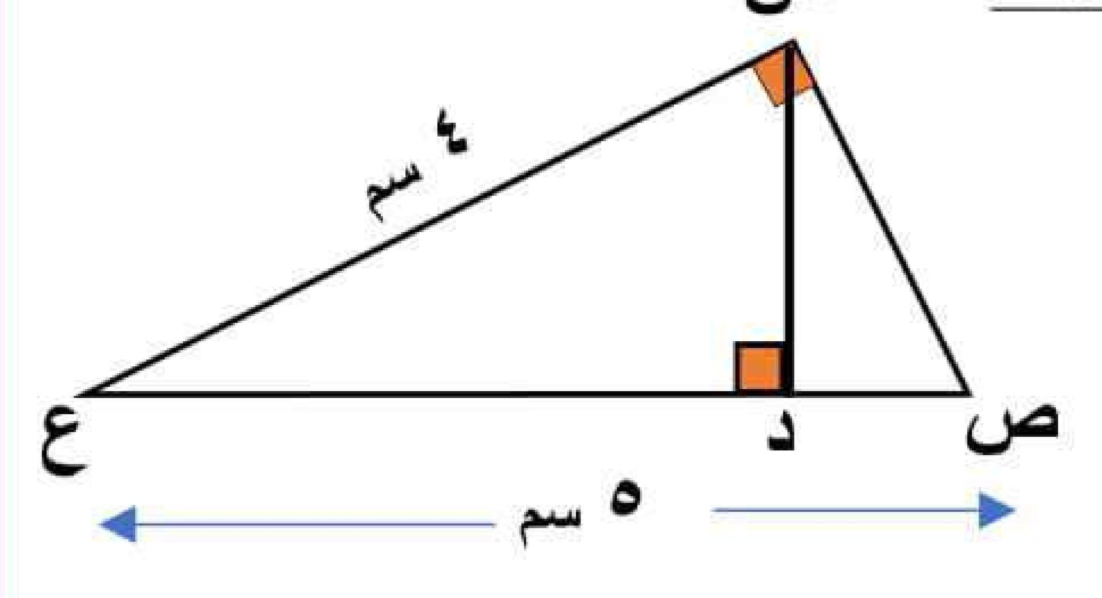
ق ($\hat{س}$) = ٩٠°

$\overline{س د}$ ⊥ $\overline{ص ع}$

س ع = ٤ سم

ص ع = ٥ سم

أوجد طول كل من: $\overline{س ص}$ ، $\overline{د ع}$ ، $\overline{س د}$



(٢) في الشكل المقابل:

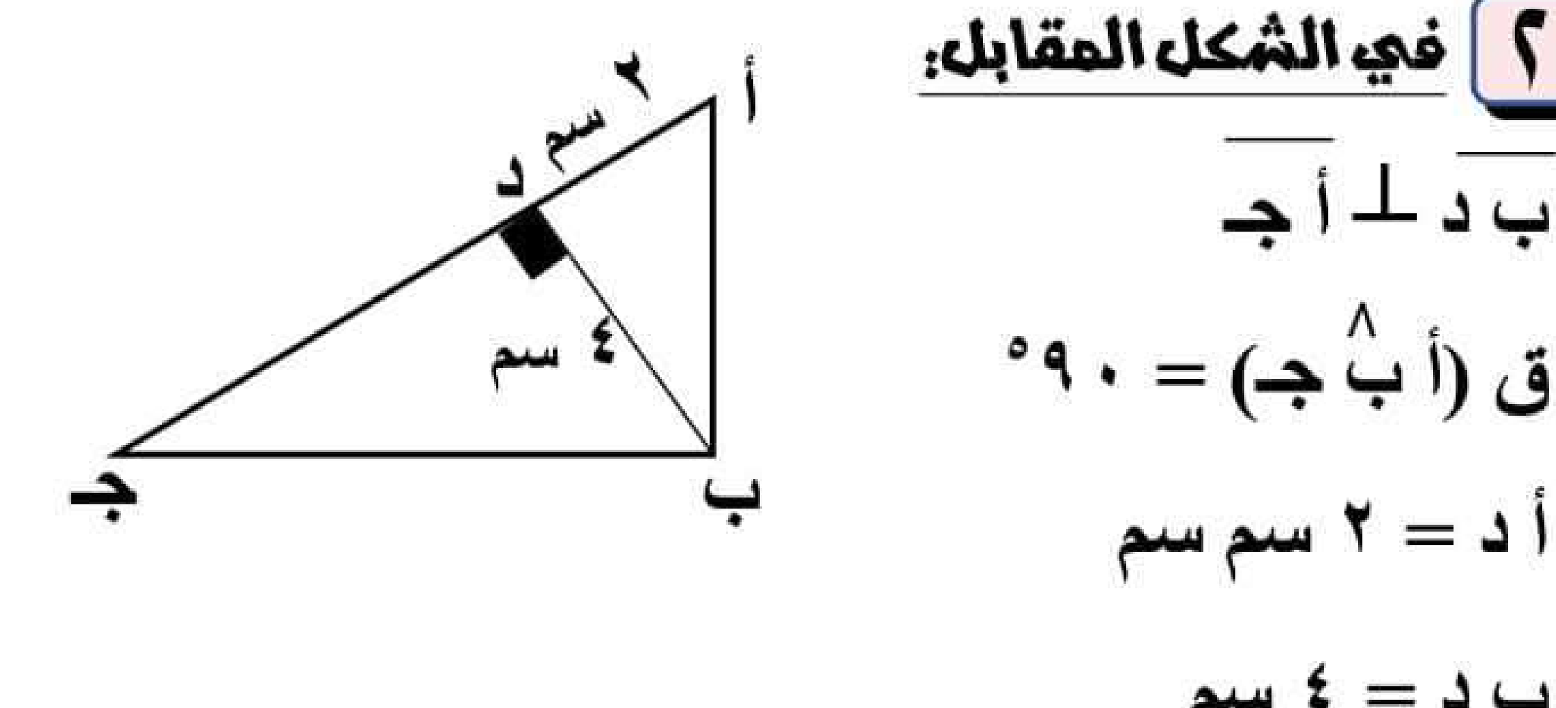
$\overline{ب د}$ ⊥ $\overline{أ جـ}$

ق ($\hat{أ ب جـ}$) = ٩٠°

أ د = ٢ سم سم

ب د = ٤ سم

أوجد طول $\overline{جـ د}$



الدرس الثامن 8 التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزواياه

لمعرفة نوع المثلث بالنسبة لزواياه:

نربع الضلع الأكبر وليكن أ جـ ثم نربع الضلعين الآخرين ونقارن كالآتى:

❖ **إذا كان:** $(أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2$ ∴ **Δ قائم الزاوية في ب**

❖ **إذا كان:** $(أ جـ)^2 > (أ ب)^2 + (ب جـ)^2$ ∴ **Δ منفرج الزاوية في ب**

❖ **إذا كان:** $(أ جـ)^2 < (أ ب)^2 + (ب جـ)^2$ ∴ **Δ حاد الزوايا**

أمثلة

١ حدد نوع Δ أ ب جـ بالنسبة لزواياه إذا كان:

أ ب = ٩ سم ، ب جـ = ٦ سم ، أ جـ = ٤ سم

الحل

$(أ ب)^2 = ٩ \times ٩ = ٨١$

$(ب جـ)^2 + (أ جـ)^2 = ٣٦ + ١٦ = ٥٢$

∵ $(أ ب)^2 > (ب جـ)^2 + (أ جـ)^2$

∴ Δ منفرج الزاوية في جـ

٢ حدد نوع Δ أ ب جـ بالنسبة لزواياه إذا كان:

أ ب = ٥ سم ، ب جـ = ٦ سم ، أ جـ = ٧ سم

الحل

$(أ جـ)^2 = ٧ \times ٧ = ٤٩$

$(أ ب)^2 + (ب جـ)^2 = ٢٥ + ٣٦ = ٦١$

∵ $(أ جـ)^2 < (ب جـ)^2 + (أ جـ)^2$

∴ Δ حاد الزوايا

٣ حدد نوع Δ س ص ع بالنسبة لزواياه إذا كان:

س ص = ٣ سم ، ص ع = ٧ سم ، س ص = ٥ سم

الحل

....

....

....

....

....

٤ حدد نوع Δ أ ب جـ بالنسبة لزواياه إذا كان:

أ ب = ٥ سم ، ب جـ = ١٢ سم ، أ جـ = ١٣ سم

الحل

....

....

....

....

....

....



اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين:

1) في ∆ أ ب جـ إذا كان (أ جـ)^2 > (أ ب)^2 + (ب جـ)^2 فإن زاوية ب تكون ....
(حادة ، قائمة ، منفرجة ، منعكسة)

2) في ∆ أ ب جـ إذا كان (أ جـ)^2 < (أ ب)^2 + (ب جـ)^2 فإن زاوية ب تكون ....
(حادة ، قائمة ، منفرجة ، منعكسة)

3) في ∆ أ ب جـ إذا كان (أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2 فإن زاوية ب تكون ....
(حادة ، قائمة ، منفرجة ، منعكسة)

4) في ∆ أ ب جـ إذا كان (أ ب)^2 + (ب جـ)^2 < (أ جـ)^2 فإن زاوية ب تكون ....
(حادة ، قائمة ، منفرجة ، منعكسة)

5) المثلث الى أطوال أضلاعه ٦ ، ٨ ، ١١ سم هو مثلث ....
(حاد الزوايا ، قائم الزاوية ، منفرج الزاوية ، متساوى الأضلاع)

6) المثلث الى أطوال أضلاعه ٣ ، ٤ ، ٥ سم هو مثلث ....
(حاد الزوايا ، قائم الزاوية ، منفرج الزاوية ، متساوى الأضلاع)

7) في ∆ أ ب جـ إذا كان (أ ب)^2 = ٩ ، (ب جـ)^2 = ٢٥ ، (أ جـ)^2 = ٤٩ فإن المثلث يكون ....
(حاد الزوايا ، قائم الزاوية ، منفرج الزاوية ، متساوى الأضلاع)

8) في ∆ أ ب جـ إذا كان (أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2 فإن زاوية ب تكون ....
(حادة ، قائمة ، منفرجة ، منعكسة)

9) أ ب جـ ∆ فإذا كان (أ ب)^2 = (أ جـ)^2 + (ب جـ)^2 + ٥ فإن زاوية جـ تكون ....
(حادة ، قائمة ، منفرجة ، منعكسة)

أكمل ما يأتي:

1) في ∆ أ ب جـ إذا كان (أ ب)^2 = (ب جـ)^2 − (أ جـ)^2 فإن جـ تكون ....

2) مثلث أطوال أضلاعه ٣ سم ، ٤ سم ، ٥ سم تكون مساحته = ... سم^2

3) الأطوال ٦ سم ، ٨ سم ، ١٠ سم تصلح أن تكون أطوالاً لأضلاع مثلث ....

4) الأطوال ٥ سم ، ٦ سم ، ٧ سم تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث ....

المساحة

المنطقة المستوية :-

يقسم المضلع المستوى المرسوم فيه إلي ثلاث مجموعات من النقط

- مجموعة نقط المضلع وهي المضلع .
- مجموعة النقط داخل المضلع وتسمي داخل المضلع .
- مجموعة النقط خارج المضلع وتسمي خارج المضلع

وحدة قياس المساحة :-

هي مساحة سطح مربع طول ضلعه وحدة قياس الأطوال .

مسلمات المساحة

تعتمد دراستنا التالية في مساحة المضلعات علي المسلمات الآتية :

- مساحة المضلع هي عدد موجب (وحيد) .
- مساحة مستطيل بعداه ل ، ع من وحدات الأطوال تساوي ل ع وحدة مربعة وقد سبق لك دراسة ذلك في المرحلة الابتدائية .

مساحة المستطيل = الطول × العرض

نعلم أن :

** متوازى الأضلاع هو شكل رباعى فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين

** خواص متوازى الأضلاع :

(١) كل ضلعين متقابلين متساويين فى الطول

(٢) كل زاويتين متقابلتين متساويتين فى القياس

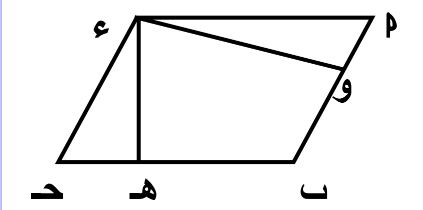
(٣) القطران ينصف كل منهما الآخر

المعين والمستطيل والمربع هى حالات خاصة من متوازى الأضلاع

البعد بين كل مستقيمين متوازيين ثابت .... إرسم مثال لذلك ، أذكر أمثلة من بيئتك

إرتفاع متوازى الأضلاع :

فى الشكل المقابل م ب حـ ء متوازى أضلاع



إذا كانت $\overline{\text{جـ ب}}$ قاعدة له ، وكان $\overline{\text{ء هـ}} \perp \overline{\text{جـ ب}}$

فيكون طول $\overline{\text{ء هـ}}$ هو الإرتفاع المناظر للقاعدة $\overline{\text{جـ ب}}$

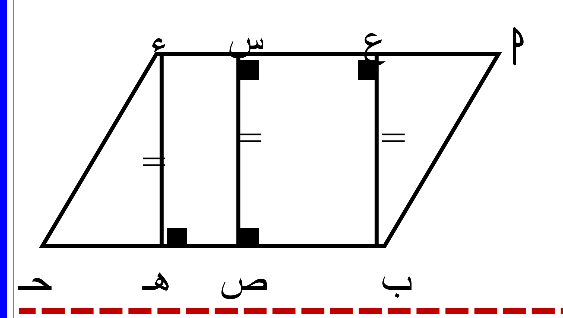
بالمثل طول $\overline{\text{ء و}}$ هو الإرتفاع المناظر للقاعدة $\overline{\text{م ب}}$

ملاحظة :

إرتفاع متوازى الأضلاع المناظر للقاعدة $\overline{\text{جـ ب}}$

يكون مساوياً للإرتفاع المناظر للقاعدة $\overline{\text{أ ء}}$

حيث : ء هـ = س ص = ع ب



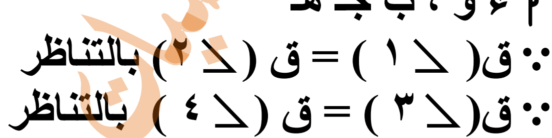
مساحة متوازى الاضلاع

نظرية سطحا متوازيى الاضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة متساويان فى المساحة

المعطيات: أ ب // جـ ء ، أ ب جـ ء ، أ ب هـ و متوازيا أضلاع مرسومان على القاعدة أ ب

المطلوب : مـ ▱ أب جـ ء = مـ ▱ أ ب هـ و

البرهان : ΔΔ أ ء و ، ب جـ هـ



∵ ق(∠ ١) = ق (∠ ٢) بالتناظر

∵ ق(∠ ٣) = ق (∠ ٤) بالتناظر

∴ ق(∠ ٥) = ق (∠ ٦)

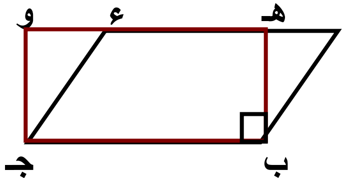
ΔΔ أ ء و ، ب جـ هـ فيهما
- ب جـ = أ ء
- ب هـ = أ و
- ق(∠ ٥) = ق (∠ ٦)

∴ Δ أ ء و ≡ Δ ب جـ هـ

مـ الشكل أ ب جـ و ـ مـ Δ أ ء و = مـ الشكل أ ب جـ و ـ مـ Δ ب جـ هـ

∴ مساحة سطح ▱ أ ب جـ ء = مساحة سطح ▱ أ ب هـ و

نتيجة ١: مساحة متوازى الاضلاع تساوى مساحة المستطيل المشترك معه فى القاعدة والمحصورمعه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة



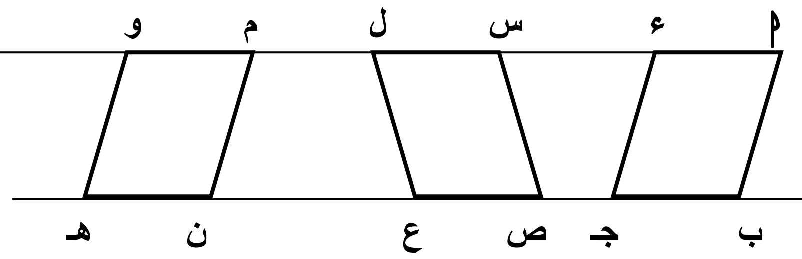
مساحة متوازى الاضلاع أ ب جـ ء

= مساحة المستطيل هـ ب جـ و

نتيجة ٢ :

مساحة متوازى الاضلاع = طول القاعدة × الارتفاع

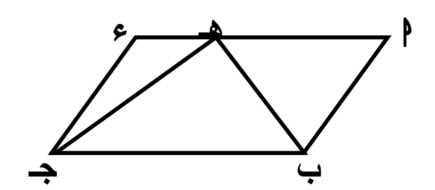
نتيجة ٣ : متوازيات الاضلاع المحصورة بين مستقيمين متوازيين وقواعدهما التى على أحد هذين المستقيمين متساوية فى الطول تكون متساوية فى المساحة



∵ م ء = س ل = م و

∴ مـ ▱ م ب جـ ء = مـ ▱ س ص ع ل = مـ ▱ م ن هـ و

نتيجة ٤ : مساحة المثلث تساوى نصف مساحة متوازى الاضلاع المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة

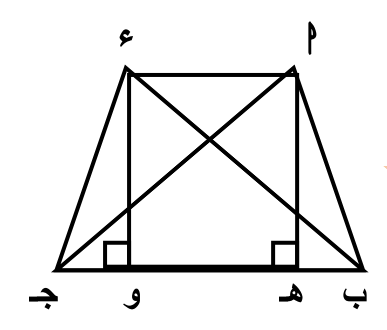


مساحة Δ هـ ب جـ يساوى نصف مساحة متوازى الاضلاع م ب جـ ء

نتيجة ٥ : مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ القاعدة × الارتفاع

تساوى مساحتى مثلثين

نظرية (٢) : المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأسيهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة متساويان فى مساحتى سطحيهما



المعطيات:- م ء // ب جـ ، المثلثان م ب جـ ، ء ب جـ تشتركان فى القاعدة ب جـ

المطلوب :- مساحة Δ م أ ب جـ = مساحة Δ ء ب جـ

العمل : - نرسم م هـ ، ء و عموديين على ب جـ

البرهان : - م هـ // ء و لانهما عموديان على ب جـ

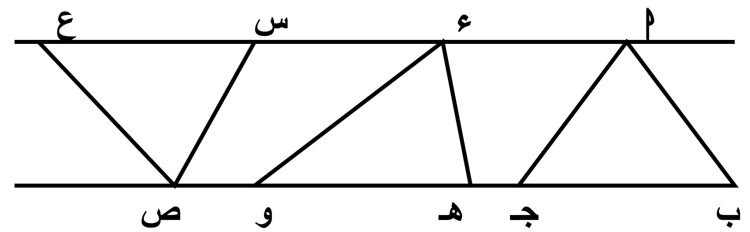
∴ م هـ = ء و ∴ الشكل م هـ و ء مستطيل

مساحة Δ م ب جـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ × م هـ

مساحة Δ ء ب جـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ × ء و

مساحة Δ م ب جـ = مساحة Δ ء ب جـ

نتيجة ١ : المثلثات التى قواعدها متساوية فى الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون متساوية فى المساحة



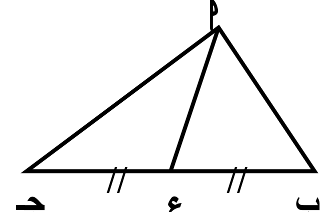
إذا كان $\overleftrightarrow{م ء}$ // $\overleftrightarrow{ب جـ}$ ،

، ب جـ = هـ و = س ع

فان :

∴ مساحة Δ م ب جـ = مساحة Δ ء هـ و = مساحة Δ س ص ع

نتيجة ٢ : متوسط المثلث يقسم سطحه الى سطحى مثلثين متساويين فى المساحة فى الشكل المقابل



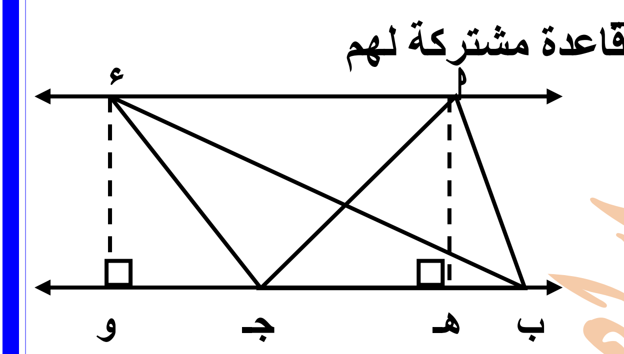
إذا كان م ء متوسط فى Δ م ب جـ

فان :

مساحة Δ م ب ء = مساحة Δ م ء جـ

نظـــرية ٣ : المثلثان المتساويان فى مساحتيهما والمرسومان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة من هذه القاعدة يكون رأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة

المعطيات : مـ Δ م ب جـ = مـ Δ ء ب جـ ، $\overline{ب جـ}$ قاعدة مشتركة لهم



المطلوب : $\overline{م ء}$ // $\overline{ب جـ}$

العمل : نرسم $\overline{م هـ}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{ء و}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$

البرهان : ∵ مـ Δ م ب جـ = مـ Δ ء ب جـ

$\frac{1}{2}$ × ب جـ × أ هـ = $\frac{1}{2}$ب جـ × ء و

∵ م هـ = ء و حيث: $\overline{م هـ}$ ، $\overline{ء و}$ عمودان على $\overline{ب ج}$

∴ $\overline{م هـ}$ // $\overline{ء و}$ ∴ الشكل م هـ ء و مستطيل ∴ $\overline{م ء}$ // $\overline{ب جـ}$

مساحة المعين

تذكر أن المعين هو متوازى أضلاع تكون أضلاعه متساوية فى الطول .

خواصه

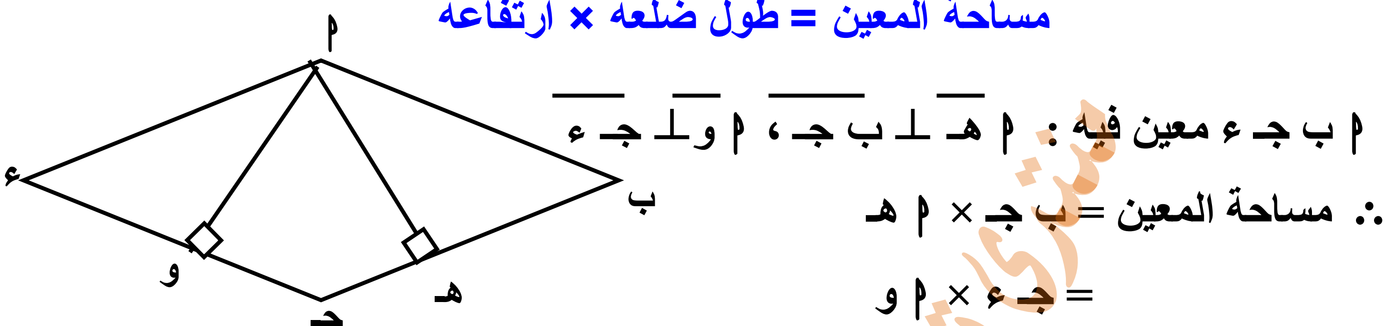
(١) كل ضلعين متقابلين متوازيين

(٢) القطران متعامدان وينصف كلا منهما الاخر

(٣) القطران ينصف كلا منهما زاويتا الراس الواصل بينهما

مساحة المعين : إذا علم طول ضلعه ، إرتفاعه

مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه



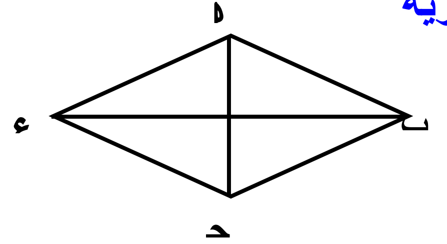
أ ب جـ ء معين فيه : أ هـ ⊥ ب جـ ، أ و ⊥ جـ ء

∴ مساحة المعين = ب جـ × أ هـ

= جـ ء × أ و

مساحة المعين : إذا علم طولا قطريه

مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولا قطريه



أ ب جـ ء معين فيه : أ جـ ، ب ء قطران لهما

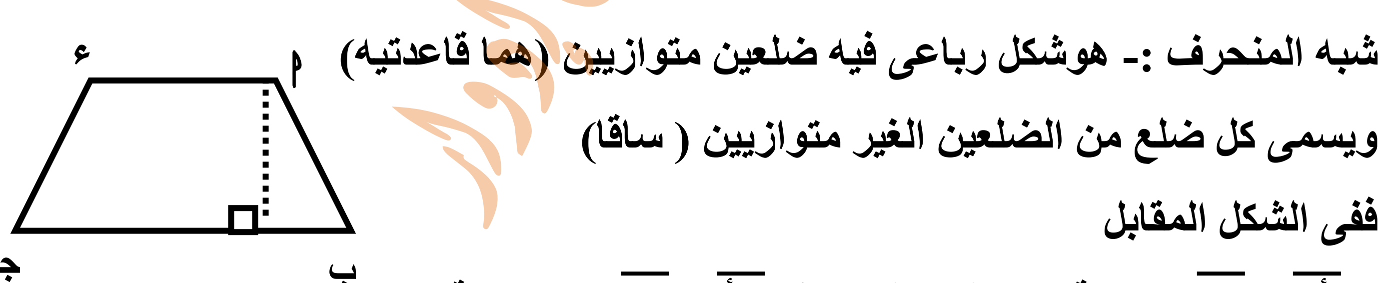
∴ مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ أ جـ × ب ء

نتيجة

مساحة المربع = $\frac{1}{2}$ مربع طول قطره

تذكر أن مساحة المربع = مربع طول ضلعه ،، محيط المربع = طول ضلعه × ٤

مساحة شبه المنحرف



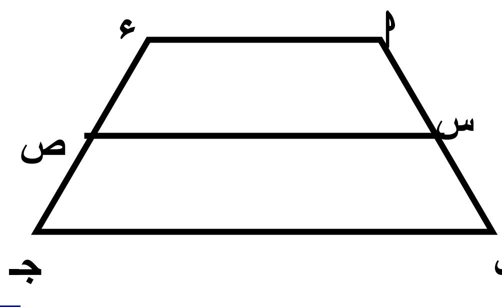
شبه المنحرف :- هوشكل رباعى فيه ضلعين متوازيين (هما قاعدتيه)

ويسمى كل ضلع من الضلعين الغير متوازيين (ساقا)

ففى الشكل المقابل

أ ء ، ب جـ هما قاعدتا شبه المنحرف ، أب ، ء جـ هما ساقيه .

مساحة شبه المنحرف = $\frac{1}{2}$ مجموع القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع



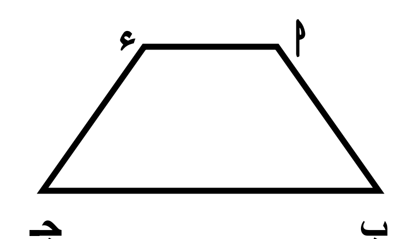
مساحة شبه المنحرف = القاعدة المتوسطة × الارتفاع

القاعدة المتوسطة هى نصف مجموع القاعدتين المتوازيين

س ص تسمى القاعدة المتوسطة

ويكون : س ص = $\frac{\text{أء + ب جـ}}{2}$

شبه المنحرف المتساوى الساقين



شبه منحرف ساقيه متساويان فى الطول (أ ب = ء جـ)

وخائصه هى

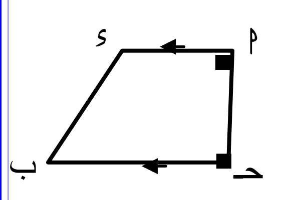
(١) زاويتا القاعدة فى شبه المنحرف متطابق الساقين متطابقتان .

(٢) قطرا شبه المنحرف متطابق الساقين متطابقتان .

(٣) قطر شبه المنحرف يقسمه إلى مثلثين غير متساويين فى المساحة **لماذا ؟**



شبه المنحرف القائم الزاوية :



هو شبه منحرف فيه أحد ساقيه عمودى على القاعدتين المتوازيتين

فى الشكل المقابل : $\overline{\text{ء جـ}}$ ⊥ كل من $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{أ ب}}$

أى أن : إرتفاع شبه المنحرف أ ب حـ ء هو طول

محيط ومساحة بعض المضلعات

الشكل	محيط	مساحة
المستطيل	(الطول + العرض)×٢	الطول × العرض
المربع	طول ضلعه × ٤	طول الضلع × نفسه = نصف مربع طول قطره
المثلث	مجموع أطوال أضلاعه	نصف القاعدة × الارتفاع
متوازى الاضلاع	٢(مجموع ضلعين متجاورين)	طول القاعدة × الارتفاع
المعين	طول ضلعه × ٤	= طول ضلعه × ارتفاعه = نصف حاصل ضرب قطريه
شبه المنحرف	مجموع أطوال أضلاعه	القاعدة المتوسطة × الارتفاع
الدائرة	٢ ط نق	ط نق^{٢}

التشابه

تعريف التطابق :-

يقال لمضلعين $م_1$ ، $م_2$ أنهما متطابقان إذا تحقق الشرطان معاً

١- قياسات الزوايا المتناظرة متساوية

٢- أطوال أضلاع المتناظرة متساوية

ويكتب $م_1 \equiv م_2$

تشابه مضلعين :

يقال لمضلعين(لهما نفس العدد من الأضلاع) أنهما متشابهان إذا تحقق الشرطين معا :

(أولاً) قياسات زواياهما المتناظرة متساوية

(ثانياً) أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة

ملاحظة : يستخدم الرمز (~) للتعبير عن التشابه

ففى الشكل المقابل :

إذا كان : المضلع س ص ع ل ~ المضلع حـ ء هـ و

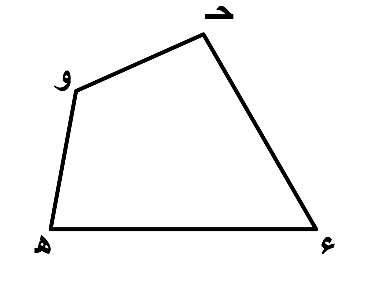


فإن : ق (< س) = ق (< حـ)

، ق (< ص) = ق (< ء)

، ق (< ع) = ق (< هـ)

، ق (< ل) = ق (< و)



أيضاً : $\frac{\text{س ص}}{\text{حـ ء}} = \frac{\text{ص ل}}{\text{ء هـ}} = \frac{\text{ل ع}}{\text{هـ و}} = \frac{\text{ع س}}{\text{و حـ}}$ = مقدار ثابت

ملاحظات هامة :

(١) يجب كتابة المضلعين المتشابهين بنفس ترتيب رؤوسهما المتناظرة

فإذا كان المضلع أ ب حـ ء هـ ~ المضلع س ص ع ل م فإن :

الرأس أ يناظر الرأس س ، الرأس ب يناظر الرأس ص .... وهكذا

(٢) إذا تشابه مضلعان فإننا نستنتج أن : ** قياسات زواياهما المتناظرة متساوية

** أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة

(٣) لكى يتشابه مضلعان يجب توافر الشرطين معاً ولا يكفى توافر أحدهما دون الآخر

(٤) المضلعان المتطابقان متشابهان بينما ليس من الضرورى أن يكون المضلعان المتشابهان متطابقين

(٥) المضلعان المشابهان لثالث متشابهان

(٦) أى مضلعين منتظمين لهما نفس عدد الأضلاع يكونان متشابهين

(٧) تسمى النسبة الثابتة بين أطوال الأضلاع بنسبة التكبير أو مقياس الرسم
، وإذا كانت هذه النسبة = ١ فإن المضلعين يتطابقان

تدريب : هل يتشابه المربع والمستطيل ؟ و لماذا ؟
هل يتشابه المربع والمعين ؟ و لماذا ؟

تعريف التشابه :-

يقال لمضلعين م١ ، م٢ أنهما متشابهان إذا تحقق الشرطان معاً
١ ـ قياسات الزوايا المتناظرة متساوية
٢ ـ أطوال أضلاع المتناظرة متناسبة
ويكتب م١ ~ م٢

ملاحظات هامة :-

(١) لاثبات تشابه مثلثين يكتفى فقط بأثبات تحقق أحد الشرطين
١ ـ قياسات الزوايا المتناظرة متساوية
٢ ـ أطوال أضلاع المتناظرة متناسبة
(٢) يجب ترتيب رؤوس المضلعين المتشابهين على حسب تساوى قياسات الزوايا

حالات خاصة :

(١) المثلثان المتساويا الأضلاع متشابهان
(٢) يتشابه المثلثان القائما الزاوية إذا ساوى قياس إحدى الزاويتين الحادتين فى أحدهما قياس إحدى الزاويتين الحادتين فى الآخر
(٣) يتشابه المثلثان المتساويا الساقين إذا ساوى قياس إحدى زاويتى القاعدة فى أحدهما قياس إحدى زاويتى القاعدة فى الآخر

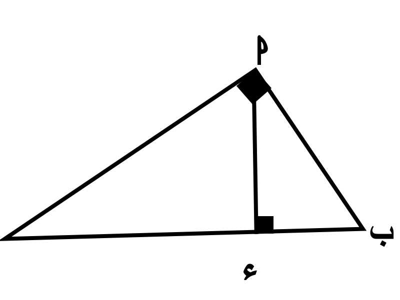
ملحوظة : يجب كتابة المثلثين المتشابهين بنفس ترتيب رؤوسهما المتناظرة

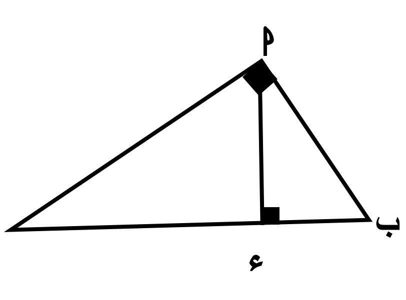
ملاحظة : إذا رسم من رأس القائمة فى المثلث القائم الزاوية عمود على الوتر إنقسم المثلث إلى مثلثين متشابهين وكلاهما يشابه المثلث الأصلى

ففى الشكل المقابل :



△ ا ب حـ قائم الزاوية فى ا ، ا ء ⊥ ب حـ





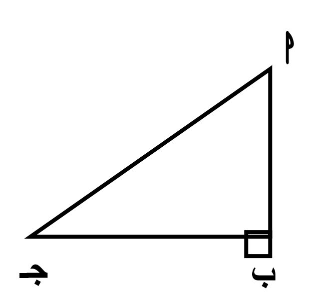
فإن : △ ا ب حـ ~ △ ء ب ا ~ △ ء ا حـ
و من ذلك نجد :

ا ب / ء ب = ب حـ / ا ب ∴ (ا ب)² = ب ء × ب حـ
، (ا حـ)² = ء حـ × ب حـ
، (ا ء)² = ء حـ × ء ب ، ء ا × ب حـ = ا ب × ا حـ

ملاحظة : النسبة بين محيطى مضلعين متشابهين تساوى النسبة بين طولى أى ضلعين متناظرين

عكس نظرية فيثاغورث

إذا كان مجموع مساحتى سطحى المربعين المنشأين على ضلعين من أضلاع مثلث يساوى مساحة سطح المربع المنشأ على الضلع الثالث كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع قائمة



لاثبات أن مثلث قائم الزاوية

نحدد أكبر الاضلاع طولا وليكن م جـ

نوجد مربع طوله أى : (م جـ)^{٢}

ثم نوجد مجموع مربعى الضلعين الاخرين

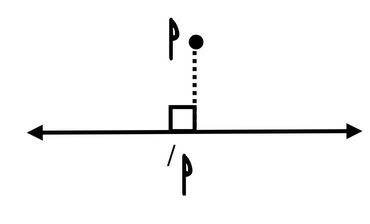
(م ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} فاذا كان

(أ جـ)^{٢} = (م ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} كان المثلث قائم الزاوية فى ب

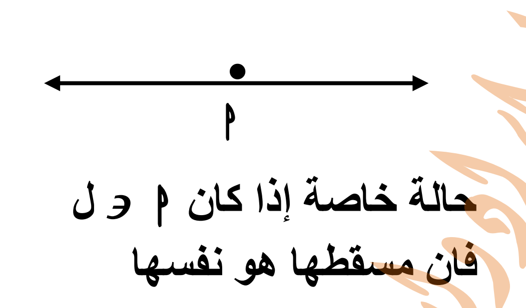
المساقط

مسقط نقطة على مستقيم

هو موقع العمود المرسوم من هذه النقطة على هذا المستقيم .



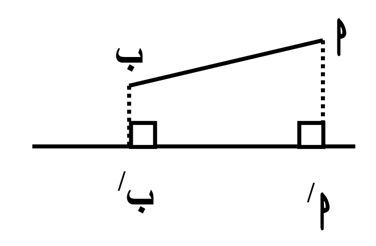
أ/ هى مسقط أ على المستقيم ل

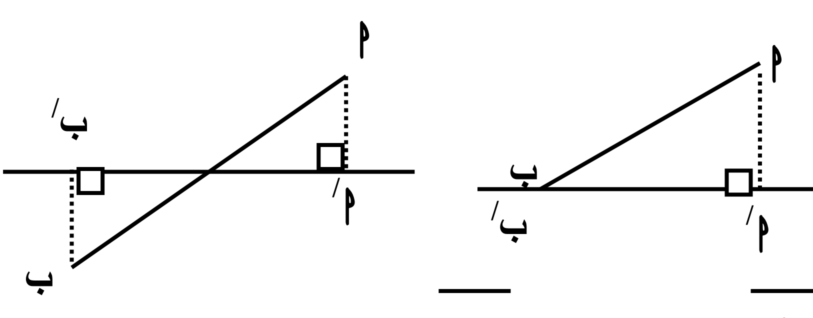


حالة خاصة إذا كان م ∈ ل

فان مسقطها هو نفسها

مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم



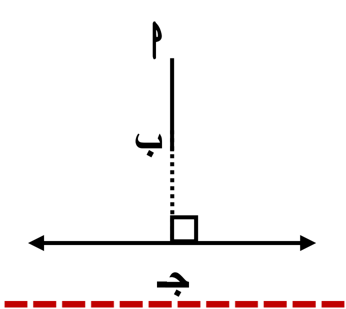


فى كل شكل من الاشكال السابقة م/ب/ هى مسقط م ب

حالة خاصة

إذا كان م ب ⊥ ل فان

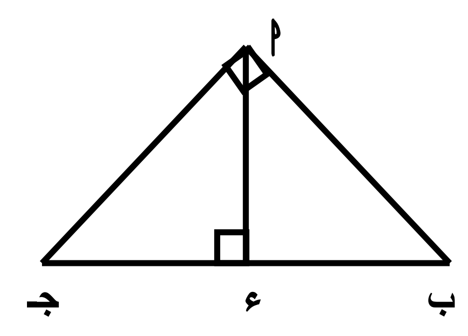
مسقط $\overline{م ب}$ على ل هو نقطة جـ



نظرية إقليدس

مساحة سطح المربع المنشا على أحد ضلعى القائمة فى المثلث القائم الزاوية يساوى مساحة المستطيل الذى بعداه طول مسقط هذا الضلع على الوتر وطول الوتر

فى الشكل : Δ م ب جـ : ق (∠ م) = ٩٠° ، $\overline{م ء}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$



(م ب)^{٢} = ب ء × ب جـ

(م جـ)^{٢} = جـ ء × جـ ب

(م ء)^{٢} = ب ء × ء جـ

م ء × ب جـ = م ب × م جـ

التعرف على نوع مثلث بالنسبة لزواياه

لمعرفة نوع مثلث بالنسبة لزوايا نوجد اضلاعه الثلاثة م ب ، ب جـ ، م جـ

وبفرض أن أ جـ هو أكبر الاضلاع طولا فاذا كان

(م جـ)^{٢} = (م ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} [يكون المثلث قائم الزاوية فى ب]

(م جـ)^{٢} > (م ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} [يكون المثلث منفرج الزاوية فى ب]

(م جـ)^{٢} < (م ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} [يكون المثلث حاد الزوايا]

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة من الاجابات المعطاه

١	مربع طول قطره ٨ سم فإن مساحته = ... سم^2 [٦٤ أو ٨ أو ٣٢ أو ١٦]
٢	فى △ أ ب جـ إذا كان (أ جـ)^2 > (أ ب)^2 + (ب جـ)^2 فإن (∠ ب) تكون ...... [حادة أو قائمة أو منفرجة أو مستقيمة]
٣	إذا كان △ أ ب جـ ~ △ س ص ع فإن ق (∠ أ) = ق (∠ ....) [ب أو س أو ص أو ع]
٤	مساحة المعين الذى طولا قطريه ٨ سم ، ٦ سم = ... سم^2 [٦٤ أو ٣٦ أو ٢٤ أو ٤٨]
٥	إذا كانت مساحة متوازى الأضلاع أ ب جـ ء = ٥٠ سم^2 فإن مساحة △ أ ب جـ = ... سم^2 [٥٠ أو ٥ أو ١٠ أو ٢٥]
٦	طول القاعدة المتوسطة لشبه منحرف طول قاعدتيه المتوازيتان ١٤ سم ، ١٠ سم = ... [٢٤ سم أو ١٢ سم أو ١٠ سم أو ١٤ سم]
٧	مربع مساحة سطحه ٧٢ سم^2 فإن طول قطره = ... سم [٣٦ أو ٧٢ أو ١٢ أو ١٤٤]
٨	إذا كانت نسبة التكبير لمثلثين متشابهين .... فإنهما يكونان متطابقين [١ أو ٢ أو ٣ أو ٤]
٩	فى △ أ ب جـ إذا كان (أ جـ)^2 > (أ ب)^2 + (ب جـ)^2 فإن زاوية ب تكون ...... [حادة أو قائمة أو منفرجة أو مستقيمة]
١٠	متوازى أضلاع مساحة سطحه ٦٠ سم^2 وطول قاعدته ١٠ سم فإن ارتفاعه المناظر لها = ... [٥ سم أو ٦ سم أو ١٢ سم أو ٣٠ سم]

١١	المثلث الذى طول قاعدته ٧ سم ومساحته ٢٨ سم٢ يكون ارتفاعه = ... سم [٣ أو ٤ أو ٦ أو ٨]
١٢	أ ب جـ Δ إذا كان $\overline{أ ء}$ متوسط فإن م Δ أ ب ء = ... [م Δ أ ب جـ أو م Δ أ جـ ء أو ٢ م Δ أ ب جـ أو ٣ م Δ أ ب جـ]
١٣	مضلعان متشابهان النسبة بين طولا ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٥ تكون النسبة بين محيطيهما = ... [٥ : ٢ أو ٥ : ٣ أو ٣ : ٥ أو ١ : ٢]
١٤	المثلث الذى أطوال أضلاعه ٥ سم ، ٨ سم ، ٧ سم يكون .... [منفرج الزاوية أو حاد الزوايا أو قائم الزاوية أو متساوى الساقين]
١٥	مربع مساحته ٥٠ سم٢ فإن طول قطره = ... سم [٢٥ أو ١٠٠ أو ٧٥ أو ١٠]
١٦	طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم ...... طول القطعة المستقيمة نفسها [< أو ≥ أو > أو =]
١٧	Δ أ ب جـ فيه (أ جـ)٢ < (أ ب)٢ + (ب جـ)٢ فإن (∠ ب) تكون .... [حادة أو قائمة أو منفرجة أو مستقيمة]
١٨	شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٧ سم وارتفاعه ٦ سم تكون مساحته = ... سم٢ [٢٢ أو ١٣ أو ٤٢ أو ٢١]
١٩	مربع محيطه ٢٠ سم تكون مساحته = ... سم٢ [٢٠ أو ٢٥ أو ٥٠ أو ١٠٠]
٢٠	متوازى أضلاع مساحته ٤٠ سم٢ وقاعدته ٨ سم فإن الارتفاع المناظر لها = ... سم [٥ أو ١٠ أو ٨ أو ٣٢]

مسألة	رقم
مثلث مساحته ٤٨ سم^{2} وارتفاعه ٨ سم فإن طول قاعدته = ... سم [٦ أو ١٢ أو ٨ أو ٢٤]	٢١
مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٢ : ٣ فإن النسبة بين محيطيهما هى .... [٥:٣ أو ٩:٤ أو ٣:٢ أو ٢:٣]	٢٢
مربع مساحته ٧٢ سم^{2} فإن طول قطره = ... سم [٨ أو ٣٦ أو ١٦ أو ١٢]	٢٣
شبه منحرف مساحته ٥٦ سم^{2} وطول قاعدته المتوسطة ٨ سم فإن ارتفاعه = ... سم [٩ أو ٧ أو ١٤ أو ٨]	٢٤
معين طولا قطريه ١٢ سم ، ١٨ سم تكون مساحته = ... سم^{2} [١٠٨ أو ٥٤ أو ٤٢ أو ٢١]	٢٥
معين طولا قطريه ٣ سم ، ٤ سم فإن مساحته = ... سم^{2} [٦ أو ٢٤ أو ٧ أو ١٢]	٢٦
$\triangle$ أ ب جـ فيه (أ جـ)^{2} + (ب جـ)^{2} = (أ ب)^{2} + ٥ فإن (∠ جـ) نوعها .... [حادة أو قائمة أو منفرجة أو مستقيمة]	٢٧
مثلث مساحته ١٢ سم^{2} وطول قاعدته ٨ سم فإن طول ارتفاعه = ... سم [٣ أو ٦ أو ٩ أو ١٠]	٢٨
مربع محيطه ٢٠ سم تكون مساحته = ... سم^{2} [٥ أو ٢٠ أو ٢٥ أو ١٠]	٢٩
عدد محاور تماثل شبه المنحرف المتساوى الساقين .... [١ أو ٢ أو ٣ أو صفر]	٣٠
إذا كان نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين = ... فإن المثلثين متطابقان [١ أو ٢ أو ٠,٥ أو ٠,٢٥]	٣١

٣٢	فى الشكل المقابل : النسبة بين مساحة الجزء المظلل إلى مساحة المربع الأكبر = ... [$\frac{١}{٨}$ ، $\frac{٥}{٨}$ ، $\frac{٣}{٨}$ ، $\frac{١}{٤}$]
٣٣	فى الشكل المقابل : مساحة △ أ هـ جـ = ... مساحة متوازى الأضلاع أ ب جـ د [$\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{١}{٤}$]
٣٤	△ أ ب جـ فيه $(أ ب)^٢ + (ب جـ)^٢ < (أ جـ)^٢$ فإن (∠ ب) تكون .... [حادة ، قائمة ، منفرجة ، منعكسة]
٣٥	إذا كان قياس زاويتين فى المثلث ٥٠° ، ٨٠° فإن المثلث يكون .... [مختلف الأضلاع ، متساوى الأضلاع ، متساوى الساقين ، قائم الزاوية]

إجابة اختر الإجابة الصحيحة

١	٣٢	٢	منفرجة	٣	س
٤	٢٤	٥	٢٥	٦	١٢ سم
٧	١٢ سم	٨	١	٩	منفرجة
١٠	٦ سم	١١	٨	١٢	م △ أ ب جـ
١٣	٣ : ٥	١٤	حاد الزوايا	١٥	١٠
١٦	≥	١٧	منفرجة	١٨	٤٢ سم^٢
١٩	٢٥	٢٠	٥	٢١	١٢
٢٢	٢ : ٣	٢٣	١٢ سم	٢٤	٧
٢٥	١٠٨	٢٦	٦	٢٧	حادة
٢٨	٣	٢٩	٢٥	٣٠	١
٣١	١	٣٢	$\frac{٣}{٨}$	٣٣	$\frac{١}{٤}$
٣٤	منفرجة	٣٥	متساوى الساقين		

ثانياً : أكمل ما يأتى بالإجابة الصحيحة

١	معين طولا قطريه ١٠ سم ، ١٥ سم تكون مساحته = ... سم^2
٢	يتشابه المضلعان إذا كانت الأضلاع المتناظرة .... والزوايا المتناظرة ....
٣	إذا كان Δ أ ب جـ فيه (أ ب)^2 = (أ جـ)^2 − (ب جـ)^2 فإن Δ أ ب جـ يكون قائم الزاوية فى ....
٤	متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين .... فى المساحة
٥	فى الشكل المقابل : أ ب جـ Δ قائم الزاوية فى أ ، أ د ⊥ ب جـ فإن (أ د)^2 = ... × ....
٦	إذا كان أ د متوسط فى Δ أ ب جـ فإن م(Δ أ ب د) = ... م(Δ أ ب جـ)
٧	أكبر الأضلاع طولا فى المثلث القائم الزاوية هو ....
٨	فى الشكل المقابل : أ ب جـ Δ قائم فى أ ، أ د ⊥ ب جـ فإن ، مسقط أ د على ب جـ هو ...... (أ ب)^2 = ب د × ....
٩	مساحة المعين الذى طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم = ... سم^2
١٠	متوازى الأضلاع الذى طولا ضلعين متجاورين فيه ٧ سم ، ٥ سم وطول ارتفاعه الأصغر ٤ سم تكون مساحته = ... سم^2
١١	يتشابه المثلثان إذا كانت الأضلاع المتناظرة ....

١٢	فى الشكل المقابل : إذا كانت مساحة △ هـ ب جـ = ١٥ سم² فإن مساحة متوازى الأضلاع أ ب جـ ء = ... سم²
١٣	إذا كانت النقطة جـ ∋ للمستقيم ل فإن مسقط جـ على المستقيم ل هى ......
١٤	متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين ....
١٥	فى △ أ ب جـ إذا كان (أ ب)² = (أ جـ)² + (ب جـ)² فإن ق (∠ ....) = ٩٠°
١٦	مساحة المربع الذى طول قطره ٨ سم هى .... سم²
١٧	إذا كان △ س ص ع ~ △ أ ب جـ فإن ق (∠ ص) = ق (∠ ......)
١٨	متوازى الأضلاع الذى مساحته ٦٣ سم² وطول قاعدته ٧ سم فإن ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة = ... سم
١٩	متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين .... فى المساحة
٢٠	يتشابه المثلثين إذا كانت .... المتناظرة متناسبة
٢١	فى الشكل المقابل : أ ب جـ ء متوازى أضلاع ، هـ ∈ $\overleftrightarrow{جـ ب}$ ، $\overline{أ هـ}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ ، أ هـ = ٤ سم ، أ ب = ٥ سم ، أ ء = ١٢ سم فإن : (أ) مساحة متوازى الأضلاع أ ب جـ ء = ... سم² (ب) مساحة المثلث أ هـ ب = ... سم²
٢٢	إذا كانت النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فى مثلثين متشابهين تساوى ١ فإن المثلثين يكونان ....

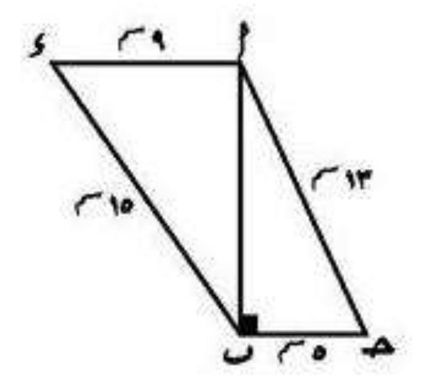
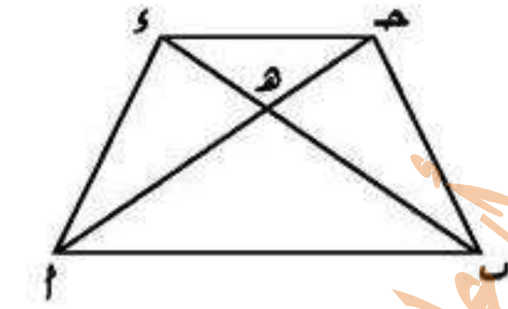
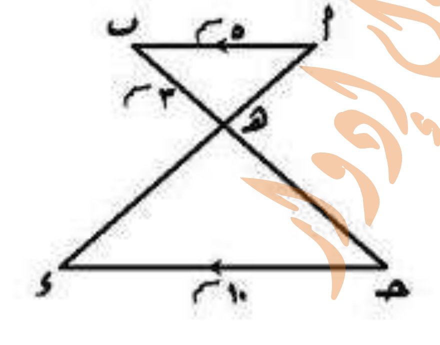
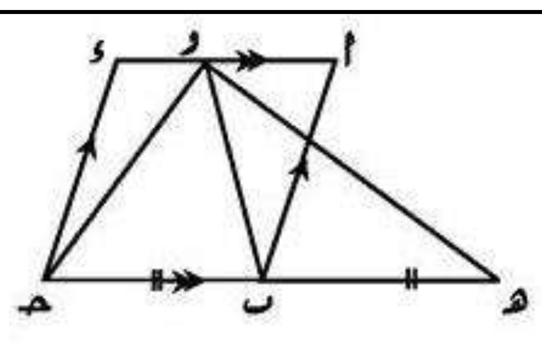
٢٣	متوازى أضلاع طولا ضلعين فيه ٥ سم ، ٧ سم وارتفاعه الأصغر ٤ سم فإن مساحته = ...
٢٤	مسقط نقطة تنتمى لمستقيم على هذا المستقيم هو ....
٢٥	فى الشكل المقابل : أ ب حـ Δ قائم فى ب ، $\overline{ب ء}$ متوسط إذا كان أ حـ = ٩ سم فإن ب ء = ... سم
٢٦	فى الشكل المقابل : $\overleftrightarrow{ء س}$ // $\overleftrightarrow{هـ ص}$ ، ق (∠ ء) = ٥٠° فإن ق (∠ ص هـ و) = ...
٢٧	المثلث الذى أطوال أضلاعه ٥ سم ، ٨ سم ، ٧ سم يكون ....
٢٨	شبه منحرف طولا قاعدتيه ٤ سم ، ٦ سم وارتفاعه ٨ سم تكون مساحته = ... سم²
٢٩	معين طولا قطريه ٥ سم ، ٦ سم تكون مساحته = ... سم²
٣٠	مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين ٣ : ٥ تكون النسبة بين محيطيهما = ...
٣١	متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين ٥ سم ، ٨ سم وطول الارتفاع الأكبر ٦ سم فإن مساحته = ... سم²
٣٢	شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٦ سم وطول ارتفاعه ٤ سم فإن مساحته = ... سم²
٣٣	مساحة المستطيل الذى طول قطره ٥ سم وطول أحد إبعاده ٤ سم = ... سم²

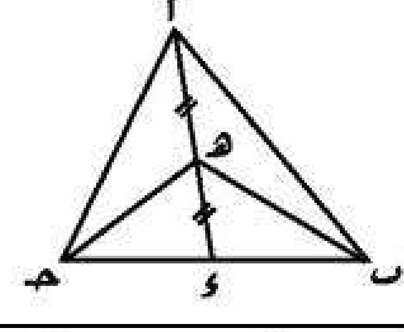
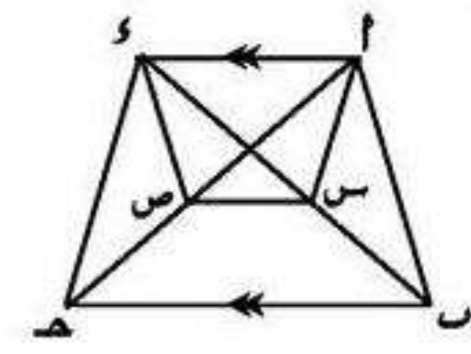
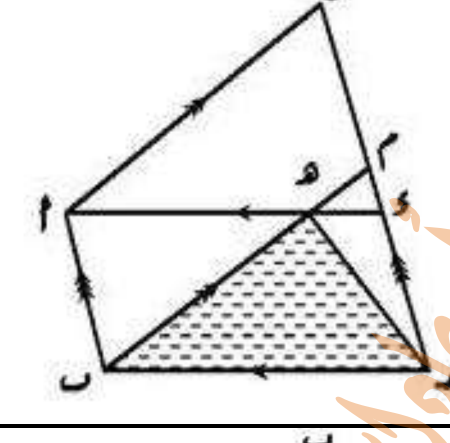
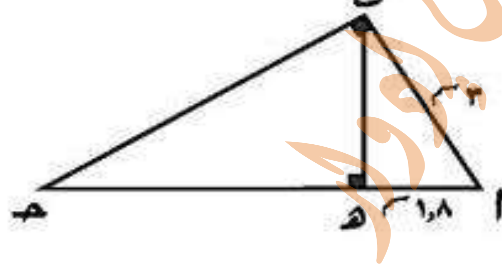
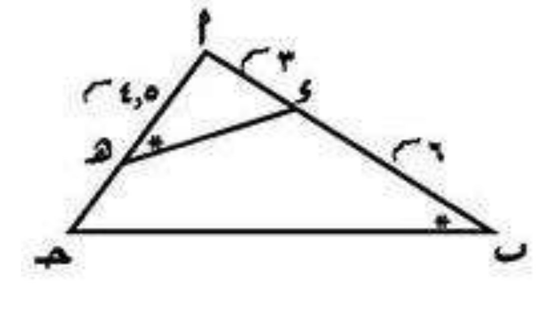
٣٤	Δ أ ب ح قائم الزاوية فى ب ، $\overline{\text{ب ء}} \perp \overline{\text{أ ح}}$ فإن (ب ء)^{٢} = ... × ....

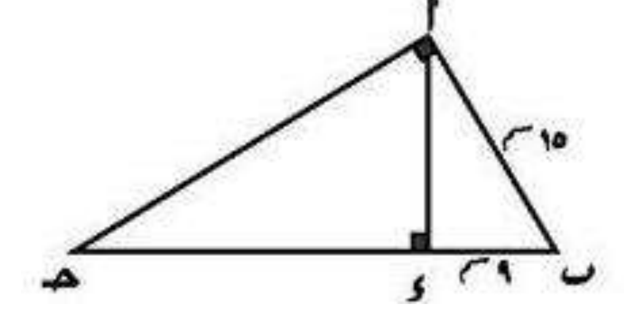
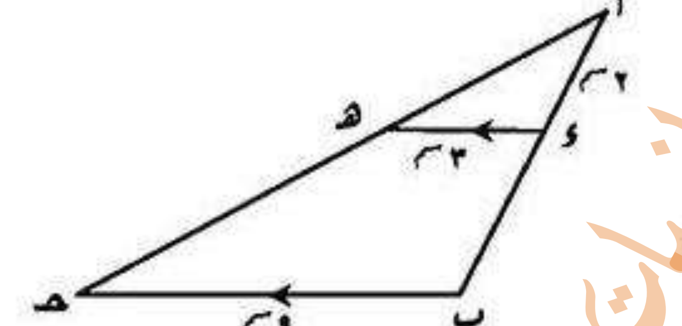
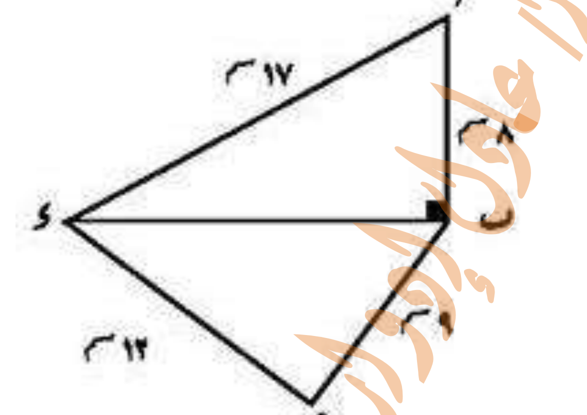
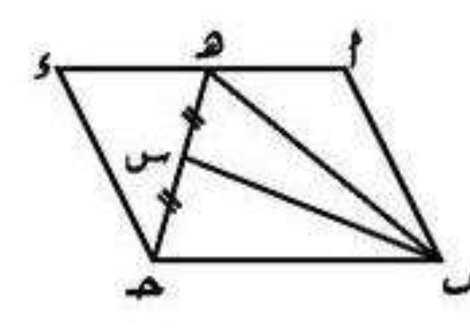
إجابة أكمـــــل

١	٧٥	٢	متناسبة ، متساوية
٣	ب	٤	متساويين
٥	ب ء × ء ح	٦	$\frac{١}{٢}$
٧	الوتر	٨	{ء} ، ب ح
٩	٢٤	١٠	٢٨
١١	متناسبة	١٢	٣٠ سم^{٢}
١٣	ح	١٤	متساويان فى المساحة
١٥	ح	١٦	٣٢ سم^{٢}
١٧	∠ ب	١٨	٩
١٩	متساويان	٢٠	الأضلاع
٢١	(أ) ٤٨ ، (ب) ٦	٢٢	متطابقين
٢٣	٢٨ سم^{٢}	٢٤	نفس النقطة
٢٥	٤,٥ سم	٢٦	٥٠°
٢٧	حاد الزوايا	٢٨	٤٠ سم^{٢}
٢٩	١٥ سم^{٢}	٣٠	٣ : ٥
٣١	٣٠ سم^{٢}	٣٢	٢٤ سم^{٢}
٣٣	١٢ سم^{٢}	٣٤	أ ء ، ء ح

ثالثاً : أجب عن الأسئلة الآتية

١	ء هـ و △ فيه ء هـ = ٥ سم ، هـ و = ٦ سم ، ء و = ٧ سم حدد نوع المثلث بالنسبة لزواياه
٢	فى الشكل المقابل : أ جـ = ١٣ سم ، ب جـ = ٥ سم ، أ ء = ٩ سم ، ب ء = ١٥ سم ، ق (∠ أ ب جـ) = ٩٠° أثبت أن : ق (∠ ب أ ء) = ٩٠° 
٣	فى الشكل المقابل : أ ب جـ ء شكل رباعى تقاطع قطراه فى هـ إذا كان م (△ جـ ب هـ) = م (△ ء أ هـ) أثبت أن $\overline{جـ ء}$ // $\overline{أ ب}$ 
٤	فى الشكل المقابل : $\overline{أ ب}$ // $\overline{جـ ء}$ ، $\overline{أ ء}$ ∩ $\overline{ب جـ}$ = { هـ } ، أ ب = ٥ سم ، ب هـ = ٣ سم ، جـ ء = ١٠ سم ① أثبت أن △ أ ب هـ ∼ △ ء جـ هـ ② أوجد طول $\overline{هـ جـ}$ 
٥	فى الشكل المقابل : أ ب جـ ء متوازى أضلاع ، هـ ∈ $\overleftarrow{جـ ب}$ حيث ب جـ = ب هـ ① برهن أن : م (△ و هـ ب) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب جـ ء) ② إذا كانت م (▱ أ ب جـ ء) = ٣٥ سم² فأوجد م (△ و هـ جـ) 

٦	**فى الشكل المقابل :** هـ منتصف $\overline{أ ء}$ **أثبت أن :** مساحة △ هـ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ مساحة △ أ ب جـ 
٧	**فى الشكل المقابل :** $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب جـ}$ ، مساحة △ أ ب س = مساحة △ ء جـ ص **أثبت أن :** $\overline{أ ء}$ // $\overline{س ص}$ 
٨	**فى الشكل المقابل :** أ ب جـ ء ، أ ب م ن متوازيا أضلاع **برهن أن :** م (△ هـ ب جـ) = $\frac{١}{٢}$ م (▱ أ ب م ن) 
٩	**فى الشكل المقابل :** △ أ ب جـ قائم الزاوية فى ب ، $\overline{ب هـ}$ ⊥ $\overline{أ جـ}$ ، أ ب = ٣ سم ، أ هـ = ١,٨ سم **أوجد :** ① طول $\overline{أ جـ}$ ② طول $\overline{ب هـ}$ 
١٠	**فى الشكل المقابل :** ق (∠ أ هـ ء) = ق (∠ ب) ، أ ء = ٣ سم ، أ هـ = ٤,٥ سم ، ب ء = ٦ سم ① **أثبت أن** △ أ ء هـ ~ △ أ جـ ب ② **أوجد** طول $\overline{هـ جـ}$ 

١١	△ ا ب جـ فيه ا ب = ٨ سم ، ب جـ = ١٥ سم ، ا جـ = ١٩ سم **أثبت** أن : (∠ ا ب جـ) منفرجة
١٢	**فى الشكل المقابل :** △ ا ب جـ قائم فى ا ، ا د ⊥ ب جـ ، ا ب = ١٥ سم ، ب د = ٩ سم **أحسب** طول د جـ ، ا جـ ، ا د 
١٣	**فى الشكل المقابل :** د هـ // ب جـ ، ا د = ٢ سم ، د هـ = ٣ سم ، ب جـ = ٩ سم ① **أثبت** أن △ ا د هـ ~ △ ا ب جـ ② **احسب** طول د ب 
١٤	**فى الشكل المقابل :** ق (∠ ا ب د) = ٩٠° ، ا ب = ٨ سم ، ا د = ١٧ سم ، ب جـ = ٩ سم ، جـ د = ١٢ سم **أثبت** أن ق (∠ ب جـ د) = ٩٠° 
١٥	**فى الشكل المقابل :** ا ب جـ د متوازى أضلاع مساحته = ٨٠ سم^٢^ ، هـ ∈ ا د ، س منتصف هـ جـ **أوجد** مساحة △ ب هـ س 

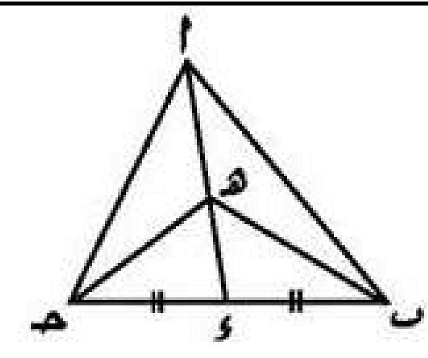
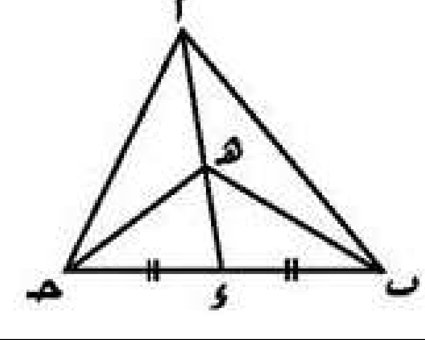
١٦

فى الشكل المقابل :

د منتصف $\overline{ب ج}$ ، هـ $\in$ $\overline{أ د}$

برهن أن :

مساحة $\triangle$ أ هـ ب = مساحة $\triangle$ أ هـ ج

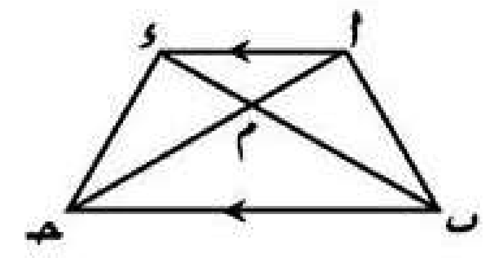
١٧

فى الشكل المقابل :

$\overline{أ د}$ // $\overline{ب ج}$ ، $\overline{أ ج}$ $\cap$ $\overline{ب د}$ = { م }

أثبت أن :

مساحة $\triangle$ أ م ب = مساحة $\triangle$ د م ج

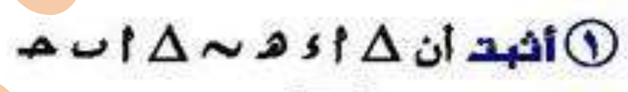


١٨

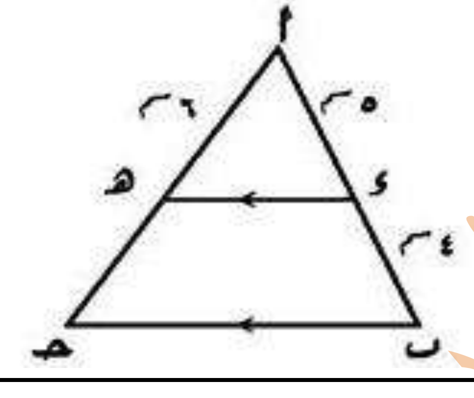
فى الشكل المقابل :

$\overline{د هـ}$ // $\overline{ب ج}$ ، أ د = ٥ سم ،

د ب = ٤ سم ، أ هـ = ٦ سم


① **أثبت أن** $\triangle$ أ د هـ $\sim$ $\triangle$ أ ب ج

② **أوجد** طول $\overline{أ ج}$

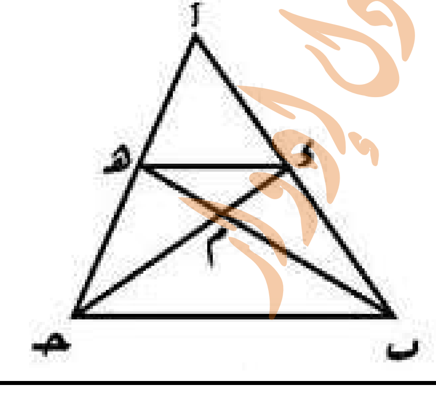


١٩

فى الشكل المقابل :

مساحة $\triangle$ أ د ج = مساحة $\triangle$ أ هـ ب

أثبت أن $\overline{د هـ}$ // $\overline{ب ج}$



٢٠

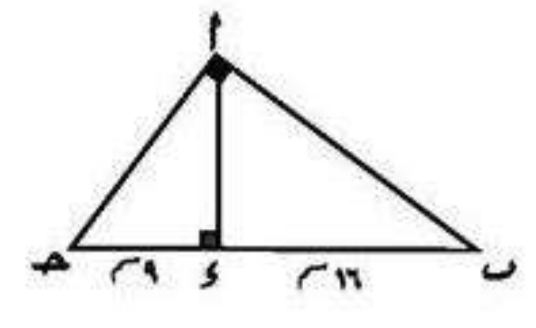
فى الشكل المقابل :

$\triangle$ أ ب ج قائم فى أ ،

$\overline{أ د}$ $\perp$ $\overline{ب ج}$ ،

ب د = ١٦ سم ، ج د = ٩ سم

أوجد طول $\overline{أ ج}$ ، أ د



٢١

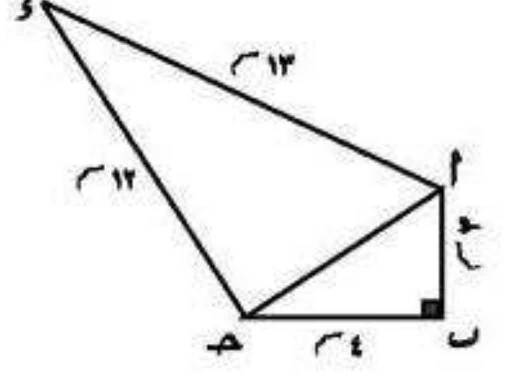
فى الشكل المقابل :

ق (∠ب) = ٩٠°، أ ب = ٣ سم ،

ب جـ = ٤ سم ، أ د = ١٣ سم ،

جـ د = ١٢ سم

أثبت أن ق (∠أ جـ د) = ٩٠°



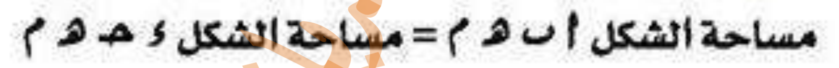
٢٢

فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{أد}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$

أثبت أن :



مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل د جـ هـ م

٢٣



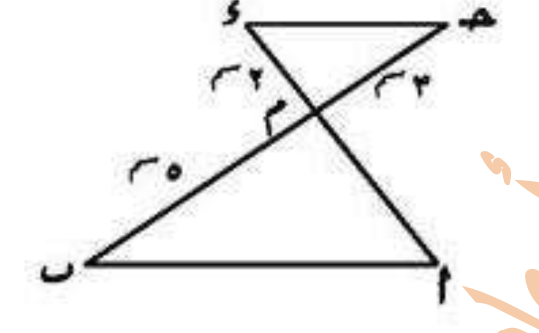
فى الشكل المقابل :

Δ م أ ب ~ Δ م د جـ

أثبت أن $\overline{\text{أب}}$ // $\overline{\text{جـ د}}$

وإذا كان م جـ = ٣ سم ،

م ب = ٥ سم ، م د = ٢ سم **فأوجد** طول $\overline{\text{أم}}$



٢٤

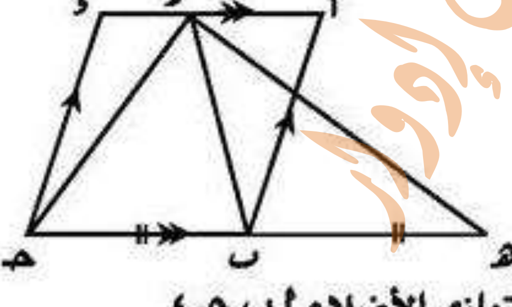
فى الشكل المقابل :

أ ب جـ د متوازى أضلاع فيه

هـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{جـ ب}}$ بحيث ب جـ = ب هـ فإذا كانت

مساحة Δ و ب هـ = ٢٥ سم² **أوجد :**

(١) مساحة Δ و هـ جـ (٢) مساحة متوازى الأضلاع أ ب جـ د



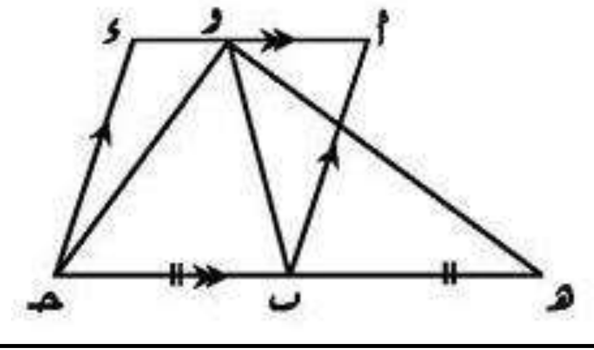
٢٥

فى الشكل المقابل :

هـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{جـ ب}}$ حيث ب جـ = ب هـ

برهن أن : مساحة (Δ و هـ جـ)

= مساحة (▱ أ ب جـ د)



٢٦	**فى الشكل المقابل :** إذا كان مساحة المثلث أ ى هـ تساوى مساحة المثلث أ ب هـ **فأثبت** أن $\overline{ى هـ}$ // $\overline{ب جـ}$
٢٧	**فى الشكل المقابل :** أ ب جـ ى شكل رباعى تقاطع قطراه فى و ، هـ ∋ $\overline{ب و}$ حيث و هـ = و ى ، مساحة Δ أ و ب = مساحة Δ جـ و هـ **برهن** أن $\overline{أ ى}$ // $\overline{ب جـ}$
٢٨	**فى الشكل المقابل :** ق (∠ أ ى هـ) = ق (∠ جـ) ، أ ى = ٤ سم ، ى ب = ٦ سم ، أ هـ = ٥ سم ① **أثبت** أن Δ أ ى هـ ~ Δ أ جـ ب ② **أوجد** طول $\overline{جـ هـ}$
٢٩	**فى الشكل المقابل :** أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٤ سم ، أ ى = ١٣ سم ، جـ ى = ١٢ سم ، ق (∠ ب) = ٩٠° **أثبت** أن ق (∠ أ جـ ى) = ٩٠°
٣٠	**فى الشكل المقابل :** Δ س ص ع قائم الزاوية فى س ، $\overline{س ل}$ ⊥ $\overline{ص ع}$ ، ص ل = ٩ سم ، ل ع = ١٦ سم **أوجد** طول كل من $\overline{س ص}$ ، $\overline{س ل}$ ، $\overline{س ع}$

إجابة : أسئلة المقال

(١)

(د و)^2 = (٧)^2 = ٤٩

(د هـ)^2 + (هـ و)^2 = (٥)^2 + (٦)^2 = ٦١

∴ (د هـ)^2 + (هـ و)^2 > (د و)^2

∴ Δ د هـ و حاد الزوايا #

(٢)

فى Δ أ ب جـ القائم الزاوية فى ب

(أ ب)^2 = (أ جـ)^2 − (ب جـ)^2

(أ ب)^2 = (١٣)^2 − (٥)^2 = ١٤٤

أ ب = $\sqrt{144}$ = ١٢ سم

فى Δ ب أ د : (ب د)^2 = (١٥)^2 = ٢٢٥

(أ ب)^2 + (أ د)^2 = (١٢)^2 + (٩)^2 = ٢٢٥

∴ (ب د)^2 = (أ ب)^2 + (أ د)^2

∴ ق (ب أ د) = ٩٠° #

(٣)

م (Δ هـ ب هـ) = م (Δ د أ هـ)

بإضافة م (Δ هـ ب أ) للطرفين

∴ م (Δ هـ ب أ) = م (Δ د ب أ)

، ∵ ب أ قاعدة مشتركة ∴ هـ د // أ ب #

(٤)

① ∵ أ ب // هـ د ، ب هـ قاطع لهما

∴ ق (∠ ب) = ق (∠ هـ) بالتبادل

وبالمثل ق (∠ أ) = ق (∠ د)

∴ ق (∠ أ م ب) = ق (∠ هـ م د) بالتقابل بالرأس

∴ Δ أ ب م ∼ Δ د هـ م #

② ومن التشابه نستنتج أن

$\frac{\text{هـ م}}{\text{ب م}} = \frac{\text{د هـ}}{\text{أ ب}}$ ⟸ $\frac{\text{هـ م}}{٣} = \frac{٢}{٥}$

هـ م = $\frac{١٠ \times ٣}{٥}$ = ٦ سم #

(٥)

∵ أ ب جـ د متوازى أضلاع

∴ أ د // ب جـ ، ∵ ب جـ قاعدة مشتركة

∴ م (Δ و ب جـ) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب جـ د) (١)

، ∵ ب جـ = ب هـ ∴ ب منتصف هـ جـ

∴ و ب متوسط فى Δ و هـ جـ

∴ م (Δ و هـ ب) = م (Δ و ب جـ) (٢)

من (١) ، (٢)

∴ م (Δ و هـ ب) = $\frac{1}{2}$ م (▱ أ ب جـ د) #

∵ م (Δ و هـ ب) = $\frac{1}{2}$ م (Δ و هـ جـ)

∴ م (Δ و هـ جـ) = م (▱ أ ب جـ د)

، ∵ م (▱ أ ب جـ د) = ٣٥ سم^2

∴ م (Δ و هـ جـ) = ٣٥ سم^2 #

(٦)

فى Δ أ ب د ∵ هـ منتصف أ د

∴ ب هـ متوسط

∴ م (Δ ب د هـ) = $\frac{1}{2}$ م (Δ أ ب د) (١)

فى Δ أ جـ د ∵ هـ منتصف أ د

∴ جـ هـ متوسط

∴ م (Δ جـ د هـ) = $\frac{1}{2}$ م (Δ أ جـ د) (٢)

بجمع (١) ، (٢)

م (Δ ب د هـ) + م (Δ جـ د هـ) =

$\frac{1}{2}$ [م (Δ أ ب د) + م (Δ أ جـ د)]

∴ م (Δ هـ ب جـ) = $\frac{1}{2}$ م (Δ أ ب جـ)

(٧)

∵ أ د // ب جـ ، أ د قاعدة مشتركة

∴ م (Δ جـ أ د) = م (Δ ب أ د) (١)

∴ م (Δ أ ب س) = م (Δ د جـ ص) (٢)

بطرح (٢) من (١)

∴ م (Δ س أ د) = م (Δ ص أ د)

، ∵ أ د قاعدة مشتركة ∴ أ د // س ص

(٨)

∵ أ ب هـ ء متوازي أضلاع

∴ أء // ب هـ

، ∵ ب هـ قاعدة مشتركة

∴ م(Δ ه ب هـ) = $\frac{1}{2}$ م(▱ أ ب هـ ء) (١)

∵ أ ب م ن متوازي أضلاع

∴ ن م // أ ب

، ∵ أ ب قاعدة مشتركة

∴ م(▱ أ ب هـ ء) = م(▱ أ ب م ن) (٢)

من (١)، (٢)

∴ م(Δ ه ب هـ) = $\frac{1}{2}$ م(▱ أ ب م ن) #

(٩)

① ∵ Δ أ ب هـ قائم الزاوية في ب

، ب ه ⊥ أ هـ

∴ (أ ب)^2 = أ ه × أ هـ (إقليدس)

(٣)^2 = ١,٨ × أ هـ

∴ أ هـ = ٩ ÷ ١,٨ = ٥ سم

② ه هـ = ٥ − ١,٨ = ٣,٢ سم

(ب ه)^2 = أ ه × ه هـ

(ب ه)^2 = ١,٨ × ٣,٢ = ٥,٧٦

ب ه = $\sqrt{٥,٧٦}$ = ٢,٤ سم

(١٠)

① في Δ Δ أ ء ه ، أ هـ ب

فيهما ① ق(∠ أ ه ء) = ق(∠ ب)

② (∠ أ) زاوية مشتركة

∴ Δ أ ء ه ~ Δ أ هـ ب

② ومن التشابه نستنتج أن

أه ÷ أء = أب ÷ أهـ ⟸ أهـ ÷ ٣ = ٩ ÷ ٤,٥

∴ أ هـ = (٩ × ٣) ÷ ٤,٥ = ٦ سم

(١١)

(أ هـ)^2 = (١٩)^2 = ٣٦١

(أ ب)^2 + (ب هـ)^2 = (٨)^2 + (١٥)^2 = ٢٨٩

∴ (أ هـ)^2 < (أ ب)^2 + (ب هـ)^2

∴ (∠ أ ب هـ) منفرجة

(١٢)

∵ Δ أ ب هـ قائم الزاوية في أ ، أء ⊥ ب هـ

∴ (أ ب)^2 = ب ء × ب هـ (إقليدس)

(١٥)^2 = ٩ × ب هـ

ب هـ = ٢٢٥ ÷ ٩ = ٢٥ سم

ء هـ = ب هـ − ب ء ∴ ء هـ = ٢٥ − ٩ = ١٦ سم

∴ (أ هـ)^2 = هـ ء × هـ ب #

(أ هـ)^2 = ١٦ × ٢٥ = ٤٠٠

أ هـ = $\sqrt{٤٠٠}$ = ٢٠ سم #

(أ ء)^2 = ب ء × ء هـ

(أ ء)^2 = ٩ × ١٦ = ١٤٤

أ ء = $\sqrt{١٤٤}$ = ١٢ سم #

(١٣)

① ∵ ء ه // ب هـ ، ء ب قاطع لهما

∴ ق(∠ أ ء ه) = ق(∠ أ ب هـ) بالتناظر

وبالمثل ق(∠ أ ه ء) = ق(∠ أ هـ ب)

، (∠ أ) زاوية مشتركة

∴ Δ أ ء ه ~ Δ أ ب هـ #

② ومن التشابه نستنتج أن

أء ÷ أب = ء ه ÷ ب هـ ⟸ ٢ ÷ أب = ٣ ÷ ٩

∴ أ ب = (٩ × ٢) ÷ ٣ = ٦ سم

∴ ء ب = أ ب − أ ء = ٦ − ٢ = ٤ سم #

(١٤)

∵ فى Δ أ ب ء القائم الزاوية فى ب

(ب ء)^2 = (أ ء)^2 − (أ ب)^2 (فيثاغورث)

(ب ء)^2 = (١٧)^2 − (٨)^2 = ٢٢٥

فى المثلث ب هـ ء

∵ (ب ء)^2 = ٢٢٥

، (ب هـ)^2 + (هـ ء)^2 = (٩)^2 + (١٢)^2 = ٢٢٥

∴ (ب ء)^2 = (ب هـ)^2 + (هـ ء)^2

∴ ق(∠ب هـ ء) = ٩٠° #

(١٥)

∵ أ ب هـ ء متوازى اضلاع

∴ $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب هـ}$ ، $\overline{ب هـ}$ قاعدة مشتركة

∴ م(Δ هـ ب هـ) = $\frac{1}{2}$ م(▱ أ ب هـ ء)

، ∵ م(▱ أ ب هـ ء) = ٨٠ سم^2

∴ م(Δ هـ ب هـ) = ٤٠ سم^2

فى Δ هـ ب هـ

∵ س منتصف $\overline{هـ هـ}$ ∴ $\overline{ب س}$ متوسط

∴ م(Δ هـ ب س) = $\frac{1}{2}$ م(Δ هـ ب هـ)

∴ م(Δ هـ ب س) = ٢٠ سم^2

(١٦)

فى Δ أ ب هـ

∵ ء منتصف $\overline{ب هـ}$ ∴ $\overline{أ ء}$ متوسط

∴ م(Δ أ ب ء) = م(Δ أ هـ ء) (١)

فى Δ هـ ب هـ ⇐ $\overline{ء هـ}$ متوسط

∴ م(Δ هـ ب ء) = م(Δ هـ هـ ء) (٢)

بطرح (١)، (٢)

م(Δ أ هـ ب) = م(Δ أ هـ هـ)

(١٧)

∵ $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب هـ}$ ، $\overline{ب هـ}$ قاعدة مشتركة

∴ م(Δ أ ب هـ) = م(Δ ء ب هـ)

بطرح م(Δ م ب هـ) من الطرفين

∴ م(Δ أ ب هـ) − م(Δ م ب هـ) =

م(Δ ء ب هـ) − م(Δ م ب هـ)

∴ م(Δ أ م ب) = م(Δ ء م هـ) #

(١٨)

① ∵ $\overline{ء هـ}$ // $\overline{ب هـ}$ ، $\overline{ء ب}$ قاطع لهما

∴ ق(∠أ ء هـ) = ق(∠أ ب هـ) بالتناظر

وبالمثل ق(∠أ هـ ء) = ق(∠أ هـ ب)

فى Δ Δ أ هـ ء ، أ هـ ب فيهما

① ق(∠أ ء هـ) = ق(∠أ ب هـ)

② ق(∠أ هـ ء) = ق(∠أ هـ ب)

③ (∠أ) زاوية مشتركة

∴ Δ أ ء هـ ~ Δ أ ب هـ

② ومن التشابه تستنتج أن $\frac{أ هـ}{أ هـ} = \frac{أ ء}{أ ب}$

∵ $\frac{٦}{أ هـ} = \frac{٥}{٩}$ ∴ أ هـ = $\frac{٩ \times ٦}{٥}$ = ١٠,٨ سم

(١٩)

م(Δ أ هـ هـ) = م(Δ أ هـ ب)

بطرح م(Δ أ ء هـ) من الطرفين

م(Δ أ ء هـ) − م(Δ أ ء هـ) =

م(Δ أ هـ ب) − م(Δ أ ء هـ)

∴ م(Δ هـ ء هـ) = م(Δ ب ء هـ)

∵ $\overline{هـ ء}$ قاعدة مشتركة، ب ، هـ ∈ $\overleftrightarrow{ب هـ}$

∴ $\overline{ء هـ}$ // $\overline{ب هـ}$

(٢٠)

∵ Δ أ ب جـ قائم الزاوية فى أ

، أ د ⊥ ب جـ

∴ (أ جـ)^٢ = جـ د × جـ ب (اقليدس)

(أ جـ)^٢ = ٩ × ٢٥ = ٢٢٥

أ جـ = √٢٢٥ = ١٥ سم

(أ د)^٢ = ب د × د جـ = ١٦ × ٩ = ١٤٤

أ د = √١٤٤ = ١٢ سم

(٢١)

∵ Δ أ ب جـ قائم الزاوية فى ب

∴ (أ جـ)^٢ = (ب أ)^٢ + (ب جـ)^٢ (فيثاغورث)

(أ جـ)^٢ = (٣)^٢ + (٤)^٢ = ٢٥

∴ أ جـ = √٢٥ = ٥ سم

فى Δ أ جـ د

(أ د)^٢ = (١٣)^٢ = ١٦٩

(أ جـ)^٢ + (جـ د)^٢ = (٥)^٢ + (١٢)^٢ = ١٦٩

∴ (أ د)^٢ = (أ جـ)^٢ + (جـ د)^٢

∴ ق(∠ أ جـ د) = ٩٠° #

(٢٢)

∵ أ د // ب جـ ، أ د قاعدة مشتركة

∴ م(Δ أ ب د) = م(Δ أ جـ د)

بطرح م(Δ أ م د) من الطرفين

∴ م(Δ أ ب م) = م(Δ د جـ م) (١)

فى Δ م ب جـ ∵ هـ منتصف ب جـ

∴ م هـ متوسط

∴ م(Δ م ب هـ) = م(Δ م جـ هـ) (٢)

بجمع (١) ، (٢)

م(Δ أ ب م) + م(Δ م ب هـ) =

م(Δ د جـ م) + م(Δ م جـ هـ)

∴ م(الشكل أ ب هـ م) = م(الشكل د جـ هـ م) #

(٢٣)

∵ Δ م أ ب ~ Δ م د جـ

∴ ق(∠ جـ) = ق(∠ ب) وهما متبادلتين

∴ أ ب // جـ د

ومن التشابه أ م / د م = ب م / جـ م ⟸ أ م / ٢ = ٥ / ٣

أ م = ٣,٤ سم

(٢٤)

① ∵ ب جـ = ب هـ

∴ ب منتصف هـ جـ ، ∴ و ب متوسط

∴ م(Δ و هـ ب) = ½ م(Δ و هـ جـ)

، ∵ م(Δ و هـ ب) = ٢٥ سم^٢

∴ م(Δ و هـ جـ) = ٥٠ سم^٢ #

② ∵ أ ب جـ د متوازى اضلاع

∴ أ د // ب جـ ، ∵ ب جـ قاعدة مشتركة

∴ م(Δ و ب جـ) = ½ م(▱ أ ب جـ د)

، ∵ م(Δ و ب جـ) = م(Δ و ب هـ) = ٢٥ سم^٢

∴ م(▱ أ ب جـ د) = ٥٠ سم^٢

(٢٥)

∵ أ ب جـ د متوازي اضلاع

∴ أ د // ب جـ ، ∵ ب جـ قاعدة مشتركة

∴ م(Δ و ب جـ) = ½ م(▱ أ ب جـ د) (١)

∵ ب جـ = ب هـ ∴ ب منتصف هـ جـ

∴ و ب متوسط فى Δ و هـ جـ

∴ م(Δ و ب جـ) = ½ م(Δ و هـ جـ) (٢)

من (١) ، (٢)

∴ م(Δ و هـ جـ) = م(▱ أ ب جـ د)

(٢٦)

∵ م(Δ أ د جـ) = م(Δ أ ب هـ)

بطرح م(Δ أ د هـ) من الطرفين

∴ م(Δ هـ د جـ) = م(Δ هـ د ب)

، ∵ هـ د قاعدة مشتركة ∴ هـ د // ب جـ

(٢٧)

في Δ هـ د هـ

∵ و منتصف $\overline{\text{د هـ}}$ ∴ $\overline{\text{هـ و}}$ متوسط

∴ م(Δ هـ د و) = م(Δ هـ و هـ) (١)

∵ م(Δ أ و ب) = م(Δ هـ و هـ) (٢)

من (١)، (٢) ∴ م(Δ هـ د و) = م(Δ أ و ب)

بإضافة م(Δ و أ د) للطرفين

∴ م(Δ أ ب د) = م(Δ أ هـ د)

∵ $\overline{\text{أ د}}$ قاعدة مشتركة ∴ $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب هـ}}$

(٢٨)

① في Δ Δ أ د هـ ، أ هـ ب

فيهما ① ق(∠ أ د هـ) = ق(∠ أ هـ ب)

② (∠ أ) زاوية مشتركة

∴ Δ أ د هـ ~ Δ أ هـ ب

② ومن التشابه نستنتج أن

$\frac{\text{أ هـ}}{\text{أ د}} = \frac{\text{أ ب}}{\text{أ هـ}} \Leftarrow \frac{\text{أ هـ}}{٤} = \frac{١٠}{٥}$

∴ أ هـ = $\frac{١٠ \times ٤}{٥}$ = ٨ سم

هـ د = أ هـ − أ د = ٨ − ٥ = ٣ سم

(٢٩)

في Δ أ ب هـ القائم الزاوية في ب

∴ (أ هـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب هـ)^{٢} (فيثاغورث)

∴ (أ هـ)^{٢} = (٣)^{٢} + (٤)^{٢} = ٢٥

في Δ أ هـ د :-

(أ د)^{٢} = (١٣)^{٢} = ١٦٩

(أ هـ)^{٢} + (هـ د)^{٢} = ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩

∴ (أ د)^{٢} = (أ هـ)^{٢} + (هـ د)^{٢}

∴ ق(∠ أ هـ د) = ٩٠° # (عكس فيثاغورث)

(٣٠)

∵ Δ س ص ع قائم الزاوية في س

، $\overline{\text{س ل}}$ ⊥ $\overline{\text{ص ع}}$

∴ (س ص)^{٢} = ص ل × ص ع (اقليدس)

(س ص)^{٢} = ٩ × ٢٥ = ٢٢٥

س ص = $\sqrt{٢٢٥}$ = ١٥ سم #

(س ل)^{٢} = ص ل × ل ع = ٩ × ١٦ = ١٤٤

س ل = $\sqrt{١٤٤}$ = ١٢ سم #

(س ع)^{٢} = ع ل × ع ص = ١٦ × ٢٥ = ٤٠٠

س ع = $\sqrt{٤٠٠}$ = ٢٠ سم #

① اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

(أ) مثلث طول قاعدته ٧ سم وارتفاعه ٤ سم ، فإن : مساحته = ... سم^2

(١٠ أو ١٢ أو ١٣ أو ١٤)

(ب) معين طول قطريه ٦ سم ، ٨ سم ، فإن : مساحته = ... سم^2

(٢ أو ١٤ أو ٢٤ أو ٤٨)

(حـ) مربع مساحته ٣٦ سم^2 ، فإن : طول ضلعه = ... سم

(٢ أو ٤ أو ٦ أو ٨)

(ى) إذا كان : Δ ا ب حـ ~ Δ س ص ع ، فإن : ق (∠ ا) = ق (∠ ....)

(ب أو س أو ص أو ع)

(هـ) ا ب حـ مثلث فيه : (ا حـ)^2 < (ا ب)^2 + (ب حـ)^2 ، فإن : ق (∠ حـ) تكون ....

(حادة أو قائمة أو منفرجة أو مستقيمة)

الإجابة

(أ) ١٤ سم^2 (ب) ٢٤ سم^2 (حـ) ٦ سم

(ى) س (هـ) حادة

② أكمل ما يأتى بالإجابة الصحيحة :

(أ) متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين ....

(ب) المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة يكونان .... فى المساحة .

(حـ) مربع طول قطره ٨ سم تكون مساحته .... سم^2

(ى) مساحة متوازى الأضلاع = ...

(هـ) إذا تشابه مثلثان وكانت النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٥ : ٨ ، فإن : النسبة بين محيطهما هى ....

الإجابة

(أ) متساويين فى المساحة

(ب) متساويين (حـ) ٣٢ سم^2

(ى) طول أحد الضلعين × الارتفاع المناظر له

(هـ) ٥ : ٨

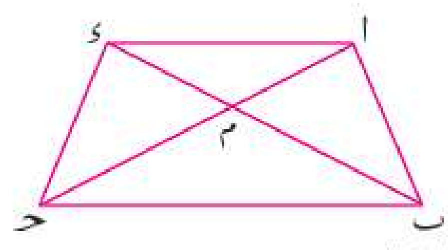


(أ) فى الشكل المقابل :

$\overline{اء} // \overline{بحـ}$ ،

أثبت أن :

مساحة المثلث أ م ب = مساحة Δ ء م حـ



(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم ،

أ حـ = ١٠ سم ،

أثبت أن : ق (∠ ب) = ٩٠°



الإجابة

(أ) ∵ $\overline{اء} // \overline{بحـ}$

∴ م (Δ ب أ ء) = م (Δ حـ أ ء)

بطرح م (Δ م أ ء) من كل منهما

∴ م (Δ أ م ب) = م (Δ ء م حـ)

(ب) ∵ (أ حـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب حـ)^2 = ١٠٠

∴ ق (∠ ب) = ٩٠°

٤

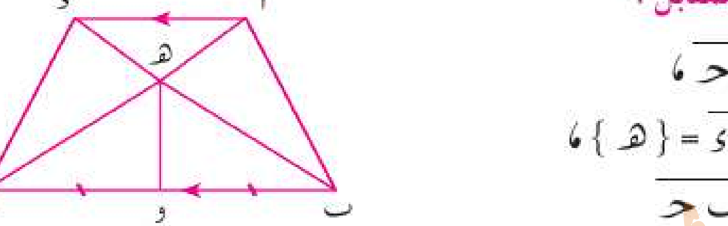
(أ) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : ق (∠ ب) = ٩٠° ،

أ ب = ٩ سم ، ب حـ = ١٢ سم ،

حـ ء = ١٧ سم ، ء أ = ٨ سم ، أثبت أن :

ق (∠ ء أ حـ) = ٩٠° ، ثم أوجد مساحة (الشكل أ ب حـ ء)



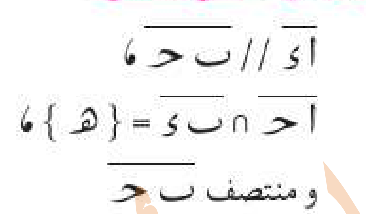
(ب) فى الشكل المقابل :

$\overline{اء} // \overline{بحـ}$ ،

$\overline{احـ} \cap \overline{بء}$ = { هـ } ،

و منتصف $\overline{بحـ}$

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب و هـ = مساحة الشكل ء حـ و هـ



الإجابة

(أ) فى Δ أ ب حـ : ∵ (أ حـ)^2 = ٨١ + ١٤٤ = ٢٢٥

∴ أ حـ = ١٥ سم

فى Δ ء أ حـ : ∵ (ء حـ)^2 = (ء أ)^2 + (أ حـ)^2 = ٢٨٩

∴ ق (∠ ء أ حـ) = ٩٠°

مساحة الشكل أ ب حـ ء

$= \frac{1}{2} \times ٩ \times ١٢ + \frac{1}{2} \times ٨ \times ١٥ = ٥٤ + ٦٠ = ١١٤$ سم^2

(ب) ∵ اى // ب ح

∴ م (Δ ب ا ى) = م (Δ ح ا ى)

بطرح م (Δ هـ ا ى) من كل منهما

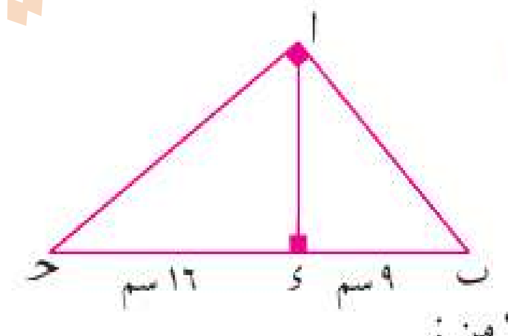
∴ م (Δ هـ ا ب) = م (Δ هـ ى ح) ... ①

فى Δ هـ ب ح ∵ هـ و متوسط

∴ م (Δ هـ ب و) = م (Δ هـ ح و) ... ②

بجمع ① ، ② م (الشكل ا ب و هـ) = م (الشكل ى ح و هـ)

⑤ (ا) فى الشكل المقابل :



ا ب ح مثلث قائم الزاوية فى ا ،

اى ⊥ ب ح ، ب ى = ٩سم ،

ى ح = ١٦ سم ، احسب طول كلًا من :

(أولًا) ا ح (ثانيًا) ا ب (ثالثًا) ا ى

(ب) فى الشكل المقابل :

ا ح ∩ ب ى = { هـ } ،

مساحة المثلث ا ب هـ =

مساحة المثلث ى ح هـ

أثبت أن : ا ى // ب ح

الإجابة

(ا) (أولًا) ا ح = ٢٠ سم (ثانيًا) ا ب = ١٥ سم

(ثالثًا) ا ى = ١٢ سم

(ب) ∵ م (Δ ا ب هـ) = م (Δ ى ح هـ)

بإضافة م (Δ ا هـ ى) إلى كل منهما

∴ م (Δ ب ا ى) = م (Δ ح ا ى)

وهما مرسومان على القاعدة ا ى ورأساهما على ب ح ∴ ا ى // ب ح

⑥ اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس :

(أ) النسبة بين مساحة متوازى الأضلاع ومساحة المثلث المشترك معه فى القاعدة ومحصور معه بين مستقيمين متوازيين = ...

(١ : ٢ أ، ٣ : ١ أ، ٢ : ١ أ، ٢ : ٣)

(ب) متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه ٧ سم ، ٥ سم ، ارتفاعه الأصغر ٤ سم ، فإن : مساحته .... سم^2

(٣٥ أ، ٢٥ أ، ٢٨ أ، ٤٩)

(ج) متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين ....

(متطابقين أ، متساويين فى المساحة أ، قائمى الزاوية أ، متشابهان)

(د) فى Δ ا ب ج إذا كان : $(\text{ا ج})^2 + (\text{ج ب})^2 < (\text{ا ب})^2$ ، فإن : الزاوية ج تكون ....°

(قائمة أ، حادة أ، منفرجة أ، مستقيمة)

(هـ) مضلعان متشابهان النسبة بين ضلعين متناظرين فيهما ١ : ٣ ، فإذا كان محيط الأصغر = ١٥ سم ، فإن : محيط الأكبر = ... سم

(٣٠ أ، ٤٥ أ، ٦٠ أ، ٧٥)

الإجابة

(أ) ٢ : ١ (ب) ٢٨ سم^2

(ج) متساويين فى المساحة

(د) منفرجة (هـ) ٤٥ سم

⑦ أكمل ما يأتى :

(أ) متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين ....

(ب) إذا كان : نسبة التكبير بين مضلعين = ١ ، فإن : المضلعين يكونان ....

(ج) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٥ سم ، ٣ سم ، فإن طول قاعدته المتوسطة = ...

(د) متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه : ٦ سم ، ٤ سم وارتفاعه الأكبر ٥ سم ، فإن : مساحته = ...

(هـ) قطرا شبه المنحرف المتساوى الساقين ....

الإجابة

(أ) متساويين فى المساحة (ب) متطابقين

(ج) ٤ سم (د) ٢٠ سم^2 (هـ) متطابقان

⑧ (أ) فى الشكل المقابل :

إذا كان : مثلث ا ب حـ قائم الزاوية فى ب ،

$\overline{بء} \perp \overline{اح}$ ، اء = ٩ سم ،

ء حـ = ١٦ سم ،

أوجد طول كل من : $\overline{حب}$ ، $\overline{بء}$ ، $\overline{اب}$

(ب) فى الشكل المقابل :



$\overline{اء} // \overline{بح}$ ، ب حـ = ٩ سم ،

ء هـ = ٢ سم ، اء = ٣ سم ، اهـ = ٤ سم ،

(أولًا) أثبت أن : △ ا هـ ء ~ △ حـ هـ ب

(ثانيًا) أوجد محيط : △ حـ هـ ب

الإجابة

(أ) حـ ب = ٢٠ سم ، ب ء = ١٢ سم ،

ا ب = ١٥ سم

(ب) (أولًا) فى △ ا ب حـ ، △ ء ب هـ

∵ ق (∠ ا) = ق (∠ حـ) بالتبادل

ق (∠ ب) = ق (∠ ء) بالتبادل

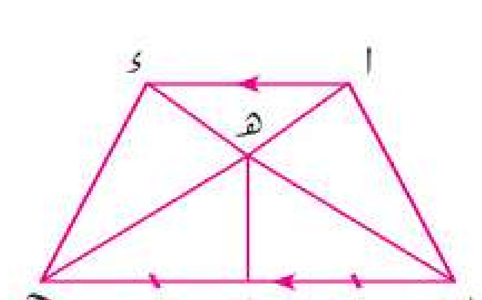
∴ △ ا ء هـ ~ △ حـ ب هـ

(ثانيًا) محيط المثلث هـ ب حـ = ٢٧ سم

⑨ (أ) أوجد مساحة شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٨ سم ، ١٢ سم ، وارتفاعه ١٠ سم .



(ب) فى الشكل المقابل :



$\overline{اء} // \overline{بح}$ ،

$\overline{اح} \cap \overline{بء} = \{ هـ \}$ ،

و منتصف $\overline{بح}$



الإجابة

(أ) مساحة شبه المنحرف = $\frac{1}{2}$ × ٢٠ × ١٠ = ١٠٠ سم^{2}

(ب) ∵ $\overline{اء} // \overline{بح}$

∴ م (△ ب ا ء) = م (△ حـ ا ء)

بطرح م (△ هـ ا ء) من كل منهما

∴ م (△ هـ ا ب) = م (△ هـ ء حـ) ... ①

فى △ هـ ب حـ ∵ $\overline{هو}$ متوسط

∴ م (△ هـ ب و) = م (△ هـ حـ و) ②

بجمع ① ، ②

∴ م (الشكل ا ب و هـ) = م (الشكل ء حـ و هـ)

١٠ (أ) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء مستطيل فيه : أ ب = ٣ سم ،

ب حـ = ١٠ سم ،

أ ب هـ و متوازى أضلاع

أوجد بالبرهان : مساحة (Δ أ س و)

(ب) فى الشكل المقابل :

$\overline{أ حـ}$ // $\overline{هـ ء}$ ، أ ب = ٣ سم ،

أ حـ = ٥ سم ، ب هـ = ٦ سم ،

ب ء = ٨ سم ، أثبت أن :

المثلث أ ب حـ ~ المثلث ء ب هـ ثم أوجد : هـ ء ، وكذلك ب حـ

الإجابة

(أ) مساحة المستطيل = ٣ × ١٠ = ٣٠ سم^2

مساحة Δ أ س و = $\frac{١}{٢}$ مساحة متوازى الأضلاع أ ب هـ و

= $\frac{١}{٢}$ مساحة المستطيل أ ب حـ ء = ١٥ سم^2

(ب) فى Δ أ ب حـ ، Δ ء ب هـ

∵ ق (∠ أ) = ق (∠ ء) بالتبادل

ق (∠ حـ) = ق (∠ هـ) بالتبادل

∴ Δ أ ب حـ ~ Δ ء ب هـ

∴ $\frac{أ ب}{ء ب} = \frac{ب حـ}{ب هـ} = \frac{أ حـ}{ء هـ}$ ∴ $\frac{٣}{٨} = \frac{ب حـ}{٦} = \frac{٥}{هـ ء}$

∴ هـ ء = $\frac{٤٠}{٣}$ = ١٣ $\frac{١}{٣}$ سم ، ب حـ = $\frac{١٨}{٨}$ = ٢ $\frac{١}{٤}$ سم

١١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) جميع .... متشابه .

(المستطيلات أو المعينات أو المربعات أو المثلثات)

(ب) Δ أ ب حـ فيه : $(أ ب)^2 + (أ حـ)^2 < (ب حـ)^2$ ،

فإن : ∠ حـ تكون ....° (منفرجة أو حادة أو قائمة أو مستقيمة)

(حـ) الشكل الرباعى الذى مساحته تساوى نصف مربع طول قطره هو ....

(شبه منحرف أو معين أو مستطيل أو مربع)

(ء) المثلث المتساوى الساقين الذى طولا ضلعين فيه ٣ ، ٤ تكون أكبر زواياه

.... (حادة أو قائمة أو منفرجة أو مستقيمة)

(هـ) Δ أ ب حـ منفرج الزاوية فى أ ، فيه : أ ب = ٥ سم ، حـ ب = ٨ سم ،

فإن : أ حـ = ... سم . (٣ أو ٦ أو ٩ أو ١٢)

الإجابة

(أ) المربعات (ب) حادة (حـ) مربع

(ء) حادة (هـ) ٦ سم

١٢ أكمل ما يأتى :

(أ) مربع مساحته ٥٠ سم^2 ، فإن : طول قطره = ... سم

(ب) شبه منحرف ارتفاعه ٥ سم ، مساحته ٣٠ سم^2 ،

فإن : طول قاعدته المتوسطة = ... سم

(ح) مستطيل طول أحد أبعاده ١٢ سم ، طول قطره ١٣ سم ،

فإن : مساحة سطحه = ...

(ء) المضلعان المشابهان لثالث يكونان ....

(هـ) إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين = ١ ،

فإن : المثلثين ....

الإجابة

(أ) ١٠ سم   (ب) ٦ سم

(ح) البعد الأخر = ٥ سم

مساحة المستطيل = ٥ × ١٢ = ٦٠ سم^2

(ء) متشابهين   (هـ) متطابقان

١٣

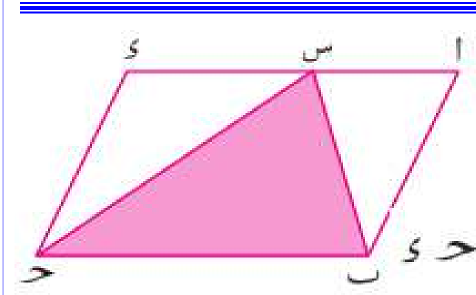
(أ) فى الشكل المقابل :



ا ب ح ء متوازى أضلاع ،

مساحة Δ س ب ح = ١٥ سم^2 ،

أوجد مساحة متوازى الأضلاع ا ب ح ء



(ب) فى الشكل المقابل :

ا ب ح مثلث فيه : $\overline{\text{اء}}$ متوسط ،

هـ ∈ $\overline{\text{اء}}$ ، أثبت أن :

مساحة المثلث ا هـ ب = ا هـ ح

الإجابة

(أ) مساحة متوازى الأضلاع ا ب ح ء

= ٢ مساحة المثلث س ب ح = ٣٠ سم^2

(ب) فى Δ ا ب ح   ∵ $\overline{\text{اء}}$ متوسط

∴ م (Δ ا ب ء) = م (Δ ا ح ء) ... ①

فى Δ هـ ب ح   ∵ $\overline{\text{هـ ء}}$ متوسط

∴ م (Δ هـ ب ء) = م (Δ هـ ح ء) .. ②

بطرح ② من ①

∴ م (Δ ا ب هـ) = م (Δ ا ح هـ)

١٤

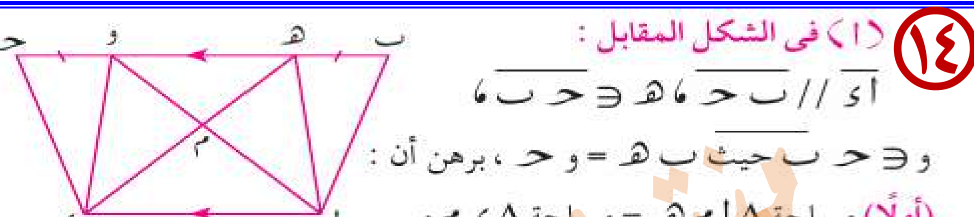
(أ) فى الشكل المقابل :

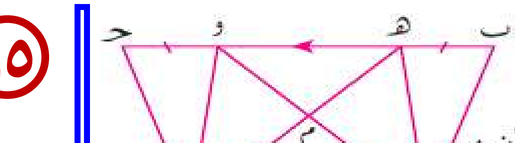
أ ى // ب حـ ، هـ ∈ ب حـ ،

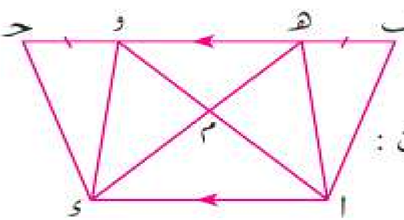
و ∈ ب حـ حيث ب هـ = و حـ ، برهن أن :

(أولًا) مساحة Δ أ م هـ = مساحة Δ ى م و

(ثانيًا) مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل ى حـ و م







(ب) فى الشكل المقابل :

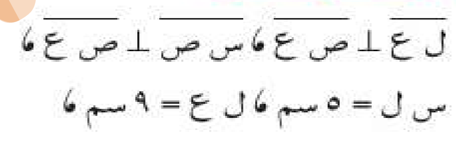
ل ع ⊥ ص ع ، س ص ⊥ ص ع ،

س ل = ٥ سم ، ل ع = ٩ سم ،

س ص = ٦ سم

أوجد مساحة الشكل : س ص ع ل





الإجابة

(أ) (أولًا) ∵ أ ى // هـ و

∴ م (المثلث أ هـ و) = م (المثلث ى و هـ)

بطرح م (المثلث م هـ و) من كل منهما

∴ م (المثلث أ م هـ) = م (المثلث ى م و) (١)

(ثانيًا) م (Δ أ ب هـ) = م (Δ أ حـ و) (٢)

بجمع (١) ، (٢)

∴ م (الشكل أ ب هـ م) = م (الشكل ى حـ و م)

(ب) نرسم س ب ⊥ ل ع ∵ ق (∠ ب) = ٩٠°

∴ (س ب)^2 = ٢٥ − ٩ = ١٦ ∴ س ب = ٤ سم

مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ × ١٥ × ٤ = ٣٠ سم^2

١٥

(أ) حدد نوع المثلث أ ب حـ بالنسبة لزواياه إذا كان أ ب = ٥ سم ، ب حـ = ٤ سم ، أ حـ = ٦ سم .

(ب) فى الشكل المقابل :

Δ أ هـ ى ~ Δ حـ هـ ب ،

أ هـ = ٣ سم ، ى هـ = ٢ سم ،

أ ى = ٤ سم ، ب حـ = ٨ سم ،

أوجد : طول هـ ب ، هـ حـ



الإجابة

(أ) ∵ (أ حـ)^2 < (أ ب)^2 + (ب حـ)^2

∴ المثلث حاد الزوايا



(ب) ∵ $\frac{أ هـ}{حـ هـ} = \frac{ى هـ}{ب هـ} = \frac{أ ى}{حـ ب}$

∴ $\frac{٣}{حـ هـ} = \frac{٢}{هـ ب} = \frac{٤}{٨}$

∴ حـ هـ = ٦ سم ، هـ ب = ٤ سم

١٦ أكمل ما يأتى :

(أ) ارتفاع المثلث هو ....

(ب) يقال لمضلعين إنهما متشابهان إذا تحقق .... ، ....

(جـ) معين محيطه ٢٤ سم ، وارتفاعه ٥ سم ، فإن : مساحته = ... سم^{٢}

(د) تسمى النسبة الثابتة بين أطوال الأضلاع المتناظرة بـ ....

(هـ) النسبة بين مساحتى سطحى مثلثين مرسومان على قاعدة واحدة تساوى النسبة بين ....

الإجابة

(أ) طول العمود المرسوم من أى رأس على الضلع المقابل .

(ب) أن الأضلاع المتناظرة متناسبة ، والزوايا المتناظرة متساوية فى القياس

(جـ) ٣٠ سم^{٢} (د) بالتكبير (هـ) ارتفاعيهما

١٧ اختر من بين الأقواس الإجابة الصحيحة :

(أ) معين طولا قطريه ٦ سم ، ١٠ سم ، تكون مساحته = ... سم^{٢} .

(٦٠ أ، ٣٠ أ، ١٥ أ، ١٠)

(ب) مساحة المربع = نصف مربع طول ... (قطره أ، ضلعه أ، محيطه أ، مساحته)

(جـ) المثلث الذى أطوال أضلاعه ٦ سم ، ٨ سم ، ١٠ سم يكون ....

(حاد الزوايا أ، قائم الزاوية أ، منفرج الزاوية)

(د) إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين = ١ ، فإن : المثلثين ....

(متطابقان أ، مختلفان أ، قائمان أ، متساوى الساقين)

(هـ) مثلث مساحته ٢٤ سم^{٢} وارتفاعه ٨ سم ، فإن : طول قاعدته .... سم .

(١٦ أ، ٦ أ، ٣ أ، ٢)

الإجابة

(أ) ٣٠ سم^{٢} (ب) قطره

(جـ) قائم الزاوية (د) متطابقان (هـ) ٦ سم



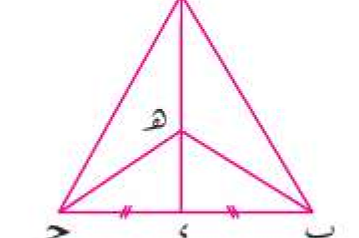

(١٨)

(أ) فى الشكل المقابل :

ا ب حـ مثلث فيه :

$\overline{اى}$ متوسط ، هـ ∈ $\overline{اى}$ ،

برهن أن : مساحة Δ ا ب هـ = Δ ا حـ هـ

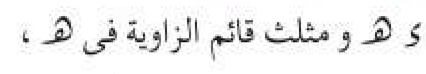


(ب) فى الشكل المقابل :

ى هـ و مثلث قائم الزاوية فى هـ ،

فإذا كان : ى ن = ٩سم ، ن و = ١٦ سم ،

أوجد طول كل من : $\overline{هـ ن}$ ، $\overline{هـ ى}$ ، $\overline{هـ و}$



الإجابة

(أ) فى Δ ا ب حـ ∵ $\overline{اى}$ متوسط

∴ م (Δ ا ب ى) = م (Δ ا حـ ى) ... (١)

فى Δ هـ ب حـ ∵ $\overline{هـ ى}$ متوسط

∴ م (Δ هـ ب ى) = م (Δ هـ حـ ى) . (٢)

بطرح (٢) من (١)

∴ م (Δ ا ب هـ) = م (Δ ا حـ هـ)

(ب) هـ ن = ١٢ سم ، هـ ى = ١٥ سم ،

هـ و = ٢٠ سم

(١٩)

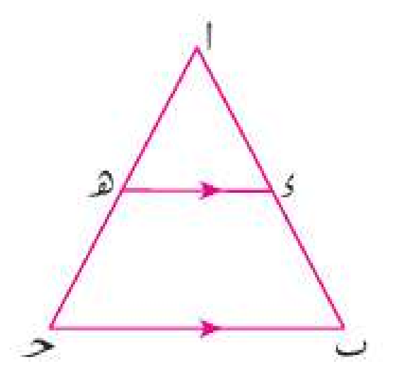
(أ) يتشابه المثلثان إذا كانت .... المتناظرة متساوية فى القياس

(ب) فى الشكل المقابل :

المثلث ا ب حـ فيه :

$\overline{ى هـ}$ // $\overline{ب حـ}$ ،

أثبت أن : Δ ا ى هـ ~ Δ ا ب حـ



الإجابة

(أ) الزوايا

(ب) فى Δ ا ى هـ ، Δ ا ب حـ

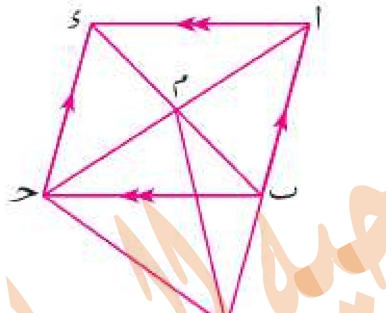
∵ ق (∠ ا ى هـ) = ق (∠ ا ب حـ) بالتناظر

ق (∠ ا هـ ى) = ق (∠ ا حـ ب) بالتناظر

∴ Δ ا ى هـ ~ Δ ا ب حـ

٢٠ (أ) حدد نوع الزاوية التى لها أكبر قياس فى المثلث ا ب حـ حيث : ا ب = ٨ سم ، ب حـ = ١٠ سم ، ا حـ = ٧ سم ، وما نوع هذا المثلث بالنسبة لزواياه ؟

(ب) فى الشكل المقابل :



ا ب حـ ء متوازى أضلاع فيه :

$\overline{اجـ} \cap \overline{ءب} = \{م\}$ ،

هـ ∈ $\overleftarrow{اب}$ بحيث :

مساحة Δ ا م هـ = مساحة Δ ا ب حـ

برهن أن : الشكل ب هـ حـ ء متوازى أضلاع

الإجابة

(أ) ∵ $(ب حـ)^2 < (ا ب)^2 + (ا حـ)^2$

∴ ∠ ا حادة وهى الزاوية التى لها أكبر قياس

∴ المثلث حاد الزوايا

(ب) ∵ م (Δ ا م هـ) = م (Δ ا ب حـ)

بطرح م (Δ ا ب م) من كل منهما

∴ م (Δ هـ ب م) = م (Δ حـ ب م)

وهما مرسومان على القاعدة $\overline{ب م}$ ورأساهما على $\overline{حـ هـ}$

∴ $\overline{ب ء} // \overline{حـ هـ}$

∴ الشكل ب هـ حـ ء متوازى أضلاع



٢١ أكمل ما يأتى :

(أ) معين طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم ، فإن : مساحته = ... سم^2

(ب) يتشابه المثلثان إذا كان أطوال أضلاعها المتناظرة ....

(حـ) متوسط المثلث يقسم سطحه إلى ....

(ء) فى Δ ا ب حـ إذا كان : $(ا حـ)^2 + (ب حـ)^2 = (ا ب)^2$ ،

فإن : ق (∠ ....) = ٩٠°

(هـ) المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة يكونان ....

الإجابة

(أ) ٢٤ سم^2 (ب) متناسبة

(حـ) سطحى مثلثين متساويين فى المساحة

(ء) حـ (هـ) متساويين فى المساحة



اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) معين طولا قطريه ٦ سم ، ١٠ سم ، فإن : مساحته = ... سم^2

(٦٠ أ، ٣٠ أ، ١٥ أ، ١٠)

(ب) مساحة شبه المنحرف الذى طول قاعدته المتوسطة ٨ سم وارتفاعه ٥ سم = ... سم^2

(٨٠ أ، ٤٠ أ، ١٣ أ، ٢٠)

(جـ) مثلث طول قاعدته ٦ سم وارتفاعه العمودى عليها ٨ سم ، فإن مساحته = ... سم^2

(٤٨ أ، ٢٤ أ، ١٢ أ، ٩٦)

(ى) المضلعان المشابهان لثالث ....

(متساويان فى المساحة أ، متشابهان أ، متطابقان أ، متساويان فى المحيط)

(هـ) متوازى أضلاع فيه ضلعين متجاورين ٦ سم ، ٧ سم وارتفاعه الأكبر ٥ سم تكون مساحته = ... سم^2

(٣٠ أ، ٣٥ أ، ٤٢ أ، ٤٩)

الإجابة

(أ) ٣٠ سم^2 (ب) ٤٠ سم^2

(جـ) ٢٤ سم^2 (ى) متشابهان   (هـ) ٣٠ سم^2

٢٣

(أ) معين النسبة بين طولا قطريه ٢ : ٣ ومساحته ٧٥ سم^2 ، فأوجد طول كل من قطريه .

(ب) فى الشكل المقابل :

إذا كان :

م (Δ أ ى جـ) = م (Δ أ هـ ب)

فأثبت أن : $\overline{ى هـ}$ // $\overline{ب جـ}$

الإجابة

(أ) بفرض أن طولا قطريه هما ٢ س سم ، ٣ س سم

∵ $\frac{1}{2}$ × ٦ س^2 = ٧٥   ∴ س = ٥

∴ طولا القطرين هما ١٠ سم ، ١٥ سم

(ب) ∵ م (Δ أ هـ ب) = م (Δ أ ى جـ)

بطرح م (Δ أ ى هـ) من كل منهما

∴ م (Δ ب ى هـ) = م (Δ ب هـ ى)

وهما مرسومان على القاعدة $\overline{ى هـ}$

ورأساهما على $\overline{ب جـ}$ ∴ $\overline{ى هـ}$ // $\overline{ب جـ}$



(أ) حدد نوع الزاوية التى لها أكبر قياس فى Δ ا ب حـ حيث :

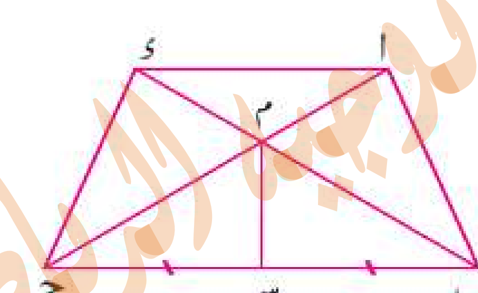
ا ب = ٩ سم ، ب حـ = ١٠ سم ، حـ ا = ١٢ سم

(ب) فى الشكل المقابل :

$\overline{\text{ا حـ}} \cap \overline{\text{ب ى}} = \{م\}$ ،

$\overline{\text{ا ى}} // \overline{\text{ب حـ}}$ ،

س منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$ ،



أثبت أن :

(أولًا) مساحة Δ ا م ب = مساحة Δ ى م حـ

(ثانيًا) مساحة الشكل ا ب س م = مساحة الشكل ى حـ س م

الإجابة

(أ) ∵ $(\text{حـ ا})^2 < (\text{ا ب})^2 + (\text{ب حـ})^2$

∴ المثلث حاد الزوايا

(ب) راجع الحلول السابقة

٢٥

(أ) شبه منحرف مساحته ١٠٠ سم^2 ، طولا قاعدتيه المتوازيتان ٤ سم ، ١٦ سم ، أوجد ارتفاعه .

(ب) فى الشكل المقابل :

$\overline{\text{ى هـ}} // \overline{\text{ب حـ}}$ ،

ا ب = ٥ سم ، ب حـ = ١٠ سم ،

ا ى = ٣ سم ، برهن أن :

Δ ا ى هـ ~ Δ ا ب حـ ثم أوجد طول : $\overline{\text{ى هـ}}$

الإجابة

(أ) ارتفاع شبه المنحرف = ١٠٠ ÷ ٥ = ٢٠ سم

(ب) فى Δ ا ى هـ ، Δ ا ب حـ

ق (∠ ا ى هـ) = ق (∠ ب) بالتناظر ،

ق (∠ ا هـ ى) = ق (∠ حـ) بالتناظر

∴ Δ ا ى هـ ~ Δ ا ب حـ ∴ $\frac{\text{ا ى}}{\text{ا ب}} = \frac{\text{ى هـ}}{\text{ب حـ}}$

∴ $\frac{٣}{٥} = \frac{\text{ى هـ}}{١٠}$ ∴ ى هـ = ٦ سم

٢٦ أكمل العبارات الرياضية الآتية :

(أ) مساحة متوازى الأضلاع = طول القاعدة × ....

(ب) متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين .... فى المساحة .

(جـ) مساحة المربع الذى طول قطره ١٠ سم تساوى .... سم^2

(د) يتشابه المثلثان إذا كانت أطوال أضلاعهما المتناظرة ....

(هـ) فى Δ أ ب جـ إذا كان : (أ ب)^2 = (أ جـ)^2 + (ب جـ)^2 ،

فإن : ($\angle$ ....) = ٩٠°

الإجابة

(أ) الارتفاع المناظر (ب) متساويين

(جـ) ٥٠ سم^2 (د) متناسبة (هـ) جـ



اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم ، وارتفاعه ١٠ سم

، فإن : مساحته = ... سم^2 . (١٤٠ أ، ٢٨ أ، ٢٤ أ، ٧٠)

(ب) Δ أ ب جـ فيه : (أ ب)^2 < (أ جـ)^2 + (ب جـ)^2 ،

فإن : $\angle$ جـ تكون .... (حادة أ، مستقيمة أ، منفرجة أ، قائمة)

(جـ) مربع طول قطره ٦ سم ، فإن : مساحته = ... سم^2 (٣٦ أ، ٢٤ أ، ١٨ أ، ١٢)

(د) إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين = ١ ، فإن : المثلثين ....

(متطابقان أ، مختلفان أ، قائمان أ، غير ذلك)

(هـ) فى Δ أ ب جـ فيه : ق($\angle$ أ) = ٩٠° ، أ د $\perp$ ب جـ ، يكون

(أ ب)^2 = ... (أ ب × ب جـ أ، ب د × ب جـ أ، جـ د × ب جـ أ، ب د × د جـ)

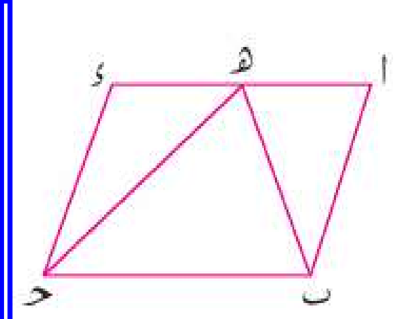
الإجابة

(أ) ٧٠ سم^2 (ب) حادة (جـ) ١٨ سم^2

(د) متطابقان (هـ) ب د × ب جـ



(أ) فى الشكل المقابل :



ا ب حـ ى متوازى أضلاع مساحته ٦٠ سم^2 ،

هـ ∈ $\overline{اى}$ ،

أوجد مساحة المثلث ب هـ حـ

(ب) مثلثان متشابهان أطوال أضلاع الأصغر ٩ سم ، ١٢ سم ، ١٦ سم ومحيط الأكبر ١٤٨ سم ، أوجد أطوال أضلاع المثلث الأكبر

الإجابة

(أ) مساحة المثلث ب هـ حـ = $\frac{١}{٢}$ × ٦٠ = ٣٠ سم^2

(ب) بفرض أن أطوال أضلاع المثلث الأكبر هى

س ، ص ، ع

∴ $\frac{س}{٩} = \frac{ص}{١٢} = \frac{ع}{١٦} = \frac{١٤٨}{٣٧} = \frac{٤}{١}$

∴ س = ٣٦ سم ، ص = ٤٨ سم ، ع = ٦٤ سم



(أ) فى الشكل المقابل :

Δ ا ب حـ قائم الزاوية فى ا ،

$\overline{اهـ} \perp \overline{ب حـ}$ ، ب حـ = ١٠ سم ،

ا ب = ٦ سم ، أوجد : طول $\overline{ب هـ}$

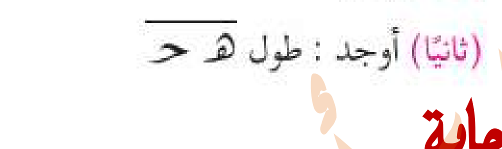
(ب) فى الشكل المقابل :



(أولًا) برهن أن : Δ ا هـ ى ~ Δ ا ب حـ

(ثانيًا) أوجد : طول $\overline{هـ حـ}$

الإجابة



(أ) ∵ (ا ب)^2 = ب هـ × ب حـ

ب هـ = ٣,٦ سم

(ب) (أولًا) فى Δ ا هـ ى ، Δ ا ب حـ

∠ ا مشتركة ، ق (∠ ا هـ ى) = ق (∠ ب)

∴ Δ ا هـ ى ~ Δ ا ب حـ

(ثانيًا) ∵ $\frac{اى}{احـ} = \frac{اهـ}{اب}$ ∴ $\frac{٣}{٤ + حـ هـ} = \frac{٤}{٨}$

∴ ٤ + حـ هـ = ٦ ∴ حـ هـ = ٢ سم



٣٠ (أ) فى الشكل المقابل :

إذا كانت :

مساحة Δ أ ى حـ = مساحة Δ أ هـ ب ،

فأثبت أن : $\overline{ى هـ} // \overline{ب حـ}$

(ب) فى الشكل المقابل :

Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى أ ،

$\overline{أ ى} \perp \overline{ب حـ}$ ، أ ب = ٨ سم ،

أ حـ = ٦ سم ،

أوجد طول كل من : $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{ب ى}$

الإجابة

(أ) راجع الحلول السابقة

(ب) ∵ ق (∠ أ) = ٩٠°

∴ $(ب حـ)^٢ = (أ ب)^٢ + (أ حـ)^٢$

∴ $(ب حـ)^٢ = ١٠٠$ ∴ ب حـ = ١٠ سم

∵ $(أ ب)^٢ = ب ى \times ب حـ$

∴ ٦٤ = ب ى × ١٠ ∴ ب ى = ٦,٤ سم

٣١ اختر الإجابة الصحيحة من الإجابات المعطاة :

(أ) مربع مساحته ٥٠ سم^٢ يكون طول قطره = ...

(٥ سم أو ١٠ سم أو ٢٥ سم أو ١٠٠ سم)

(ب) المثلث الذى أطوال أضلاعه ٩ سم ، ١٢ سم ، ١٠ سم يكون ....

(قائم الزاوية أو حاد الزوايا أو منفرج الزاوية أو غير ذلك)

(حـ) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ١٠ سم ، ٨ سم ، فإن : قاعدته المتوسطة= ....

(١٨ سم أو ٢ سم أو ٨٠ سم أو ٩ سم)

(ى) مساحة متوازى الأضلاع = ... مساحة Δ المشترك معه فى القاعدة والارتفاع .

($\frac{١}{٢}$ أو صفر أو ٢ أو $\frac{١}{٤}$)

(هـ) إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين = ١ ، فإن : المثلثين ....

(متطابقان أو قائمان أو متساويا الساقين أو مختلفان)

الإجابة

(أ) ١٠ سم (ب) حاد الزوايا

(حـ) ٩ سم (ى) ٢ (هـ) متطابقان



٣٢ أكمل ما يأتي :

(أ) يتشابه المثلثان إذا كانت زواياهما المتناظرة .... فى القياس .

(ب) مساحة المثلث الذى طول قاعدته ١٠ سم ، وارتفاعه ٦ سم = ... سم^2

(حـ) فى Δ أ ب حـ إذا كان : $($أ حـ$)^2 + ($ب حـ$)^2 = ($أ ب$)^2$

فإن : زاوية (∠ ....) = ٩٠°

(ء) مساحة المعين الذى طولا قطريه ١٢ سم ، ٨ سم = ... سم^2

(هـ) إذا كانت النسبة بين محيطى مضلعين متشابهين هى ٣ : ٥ ، فإن النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما هى ....

الإجابة

(أ) متساوية (ب) ٣٠ سم^2 (حـ) حـ

(ء) ٤٨ سم^2 (هـ) ٣ : ٥

٣٣ (أ) فى الشكل المقابل :



أحـ // هـ ء ، أ ب = ٣ سم ،

أ حـ = ٥ سم ، ب هـ = ٦ سم ،

ب ء = ٨ سم ، أثبت أن :

المثلث أ ب حـ ~ المثلث ء ب هـ ثم أوجد : هـ ء ، وكذلك ب حـ

(ب) فى الشكل المقابل :

أحـ ∩ ب ء = { هـ } ،

مساحة المثلث أ ب هـ =

مساحة المثلث ء حـ هـ

أثبت أن : أ ء // ب حـ

الإجابة

(أ) فى Δ أ ب حـ ، Δ ء ب هـ

∵ ق (∠ أ) = ق (∠ ء) بالتبادل

ق (∠ حـ) = ق (∠ هـ) بالتبادل

∴ Δ أ ب حـ ~ Δ ء ب هـ

∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{ء ب}} = \frac{\text{حـ ب}}{\text{هـ ب}} = \frac{\text{أ حـ}}{\text{هـ ء}}$ ∴ $\frac{٣}{٨} = \frac{\text{ب حـ}}{٦} = \frac{٥}{\text{هـ ء}}$

∴ هـ ء = $\frac{٤٠}{٣}$ = ١٣ $\frac{١}{٣}$ سم ، ب حـ = $\frac{١٨}{٨}$ = ٢ $\frac{١}{٤}$ سم

(ب) ∵ م (Δ أ ب هـ) = م (Δ ء حـ هـ)

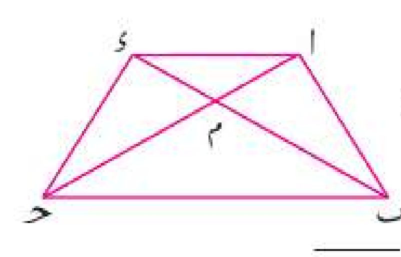
بإضافة م (Δ أ هـ ء) إلى كل منهما

∴ م (Δ أ ب ء) = م (Δ أ حـ ء)

وهما مرسومان على القاعدة أ ء ورأساهما على ب حـ ∴ أ ء // ب حـ

٣٤

(أ) فى الشكل المقابل :

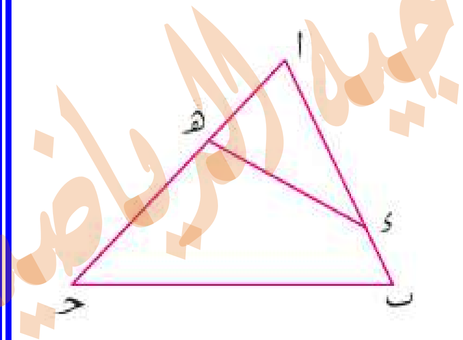


أ ب حـ ء شكل رباعى تقاطع قطراه فى م ،

مساحة المثلث أ ب م =

مساحة المثلث ء حـ م ، أثبت أن : $\overline{أء} // \overline{ب حـ}$

(ب) فى الشكل المقابل :



Δ أ ء هـ ~ Δ أ حـ ب ، فإذا كان :

أ ء = ٤ سم ، أ حـ = ٨ سم ،

ب حـ = ١٠ سم ، فأوجد : طول $\overline{ء هـ}$

الإجابة

(أ) راجع الحلول السابقة

(ب) ∵ Δ أ ء هـ ~ Δ أ حـ ب

∴ $\frac{أء}{أحـ} = \frac{ءهـ}{حـب}$ ∴ $\frac{٤}{٨} = \frac{ءهـ}{١٠}$

∴ ء هـ = ٥ سم



٣٥

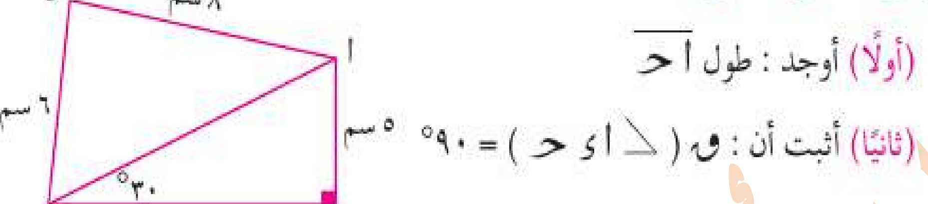
(أ) فى الشكل المقابل :

إذا كان : $\overline{ء هـ} // \overline{ص ع}$ ،

أثبت أن : م (Δ س ص هـ) = م (Δ س ع ء)



(ب) فى الشكل المقابل :



(أولًا) أوجد : طول $\overline{أحـ}$

(ثانيًا) أثبت أن : ق (∠ أ ء حـ) = ٩٠°

الإجابة

(أ) راجع الحلول السابقة

(ب) (أولًا) فى Δ أ ب حـ :

∵ ق (∠ حـ) = ٣٠°

∴ أ حـ = ٢ أ ب = ١٠ سم

(ثانيًا) فى المثلث أ ء حـ

∵ (أ حـ)^٢ = (أ ء)^٢ + (ء حـ)^٢ = ١٠٠

∴ ق (∠ أ ء حـ) = ٩٠°



٣٦ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) مساحة متوازى الأضلاع الذى طولا ضلعين متجاورين فيه ٧ سم ، ٥ سم والارتفاع الأصغر ٤ سم = ...

(٢٥ سم^2 أ، ٢٨ سم^2 أ، ٣٥ سم^2 أ، ٤٩ سم^2)

(ب) Δ س ص ع إذا كان : (س ص)^2 > (س ع)^2 + (ص ع)^2 ،

فإن : (∠ ع) تكون .... (حادة أ، منفرجة أ، قائمة أ، مستقيمة)

(جـ) زاويتا كل من قاعدتى شبه المنحرف المتساوى الساقين ....

(متطابقتان أ، متتامتان أ، متكاملتان أ، متوازيتان)

(د) متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين ....

(متطابقتين أ، متساويين فى المساحة أ، متساويى الساقين أ، قائمى الزاوية)

(هـ) فى الشكل المقابل :

Δ ا ب جـ قائم الزاوية فى ب ،

$\overline{ب د} \perp \overline{ا جـ}$ ، (ب جـ)^2 = ... × ....

(ب جـ × ب ا أ، جـ ا × جـ د أ، جـ ا × ا د أ، د جـ × د ا)

الإجابة

(أ) ٢٨ سم^2 (ب) حادة (جـ) متطابقتان

(د) متساويين فى المساحة (هـ) جـ ا × جـ د

٣٧ أكمل مكان النقط :

(أ) معين طولا قطريه ٨ سم ، ٦ سم تكون مساحته = ... سم^2

(ب) متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين ....

(جـ) فى Δ ا ب جـ إذا كان : (ا ب)^2 = (ب جـ)^2 - (ا جـ)^2 ،

فإن : ق (∠ ....) = ٩٠°

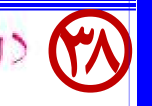
(د) زاويتا القاعدة فى شبه المنحرف متطابق الساقين يكونان ....

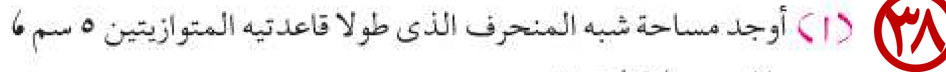
(هـ) متوازى أضلاع فيه ضلعان متجاوران ٥ سم ، ٧ سم وارتفاعه الأصغر ٤ سم ، فإن : مساحته = ...

الإجابة

(أ) ٢٤ سم^2 (ب) متساويين فى المساحة

(جـ) ا (د) متطابقتين (هـ) ٢٨ سم^2





(أ) أوجد مساحة شبه المنحرف الذى طولا قاعدتيه المتوازيتين ٥ سم ،



٧ سم ، وارتفاعه ٧ سم .

(ب) فى الشكل المقابل :

Δ أ ب حـ ، Δ هـ ء و

ق (∠ أ) = ق (∠ هـ) = ٧٠° ،

ق (∠ حـ) = ٦٠° ،

ق (∠ ء) = ٥٠° ، أ حـ = ٦ سم ،

ب حـ = ٨ سم ، ء و = ١٢ سم .

(أولًا) برهن أن : Δ أ ب حـ ~ Δ هـ ء و

(ثانيًا) أوجد طول $\overline{\text{هـ و}}$

الإجابة

(أ) مساحة شبه المنحرف = $\frac{1}{2}$ × ١٢ × ٧ = ٤٢ سم²

(ب) (أولًا) Δ أ ب حـ ، Δ هـ ء و

ق (∠ أ) = ق (∠ هـ) = ٧٠° ،

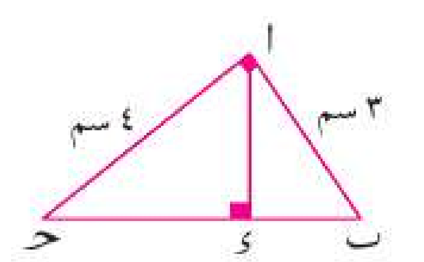
ق (∠ ب) = ق (∠ ء) = ٥٠°

∴ Δ أ ب حـ ~ Δ هـ ء و

(ثانيًا) ∵ $\frac{\text{ب حـ}}{\text{ء و}} = \frac{\text{أ حـ}}{\text{هـ و}}$ ∴ $\frac{٨}{١٢} = \frac{٦}{\text{هـ و}}$

∴ هـ و = ٩ سم

٣٩ فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث فيه :

$\overline{\text{أ ء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$ ، أ ب = ٣ سم ،

أ حـ = ٤ سم ، ب حـ = ٥ سم ، أثبت أن :

(أولًا) Δ أ ب حـ قائم الزاوية (ثانيًا) أوجد : طول $\overline{\text{أ ء}}$

الإجابة

(أولًا) ∵ (ب حـ)² = (أ ب)² + (أ حـ)²

∴ ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠°

(ثانيًا) ∵ أ ب × أ حـ = ب حـ × أ ء

∴ أ ء = $\frac{١٢}{٥}$ = ٢,٤ سم

٤٠ (أ) فى الشكل المقابل :

س ص ع مثلث فيه : ق (∠ س) = ٩٠° ،

س ل ⊥ ص ع ، فإذا كان : ل ع = ١٦ سم ،

ص ل = ٩ سم ، أوجد :

(أولاً) طول س ل (ثانيًا) مساحة Δ س ص ع

(ب) حدد نوع زاوية حـ فى المثلث أ ب حـ الذى فيه : أ ب = ٧ سم ،

ب حـ = ٣ سم ، أ حـ = ٥ سم

الإجابة

(أ) (أولاً) ∵ (س ل)^2 = ل ص × ل ع

∴ (س ل)^2 = ٩ × ١٦ ∴ س ل = ١٢ سم

(ثانيًا) مساحة Δ س ص ع = $\frac{1}{2}$ × ٢٥ × ١٢ = ١٥٠ سم^2

(ب) ∵ (أ ب)^2 > (ب حـ)^2 + (أ حـ)^2

∴ ∠ حـ منفرجة

نمـــوذج (١) هندسة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

(أ) المعين الذى طولا قطريه ٤ سم ، ٦ سم ، فإن : مساحته = ………… سم^2 .

(٢٤ أ ١٢ أ ٦ أ ٢٠)

(ب) مثلث مساحته ٢٤ سم^2 وطول قاعدته ٨ سم ، فإن : ارتفاعه = ……… سم .

(٨ أ ٤ أ ٣ أ ٦)

(جـ) المثلث الذى أطوال أضلاعه ٧ سم ، ٥ سم ، ٦ سم يكون مثلث …………

(حاد الزوايا أ منفرج الزاوية أ متساوى الأضلاع أ قائم الزاوية)

(د) المربع الذى طول قطره = ١٠ سم ، فإن : مساحته = ………… سم^2 .

(٢٥ أ ٥٠ أ ٤٠ أ ١٠٠)

(هـ) إذا تشابه مضلعان ، فإن : أطوال أضلاعهما المتناظرة تكون ………

(متساوية أ متوازية أ متناسبة أ متقاطعة)

٢ أكمل ما يأتى :

(أ) إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين تساوى ١ ، فإن : المثلثين ………

(ب) متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين …………

(جـ) فى Δ س ص ع إذا كان : $(\text{س ص})^2 = (\text{س ع})^2 - (\text{ص ع})^2$ ،

فإن : ق (∠ ....) = ٩٠°



(د) فى الشكل المقابل :

$(\text{ا ب})^2$ = ... × ب جـ



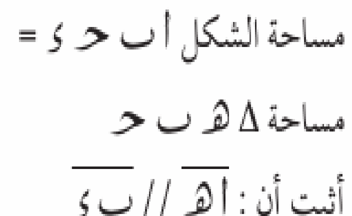
(هـ) شبه المنحرف طول قاعدته المتوسطة ٩ سم وارتفاعه ٥ سم ،

فإن : مساحته = ... سم^2 .

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

مساحة الشكل ا ب جـ د = مساحة Δ هـ ب جـ

أثبت أن : $\overline{\text{ا هـ}}$ // $\overline{\text{ب د}}$





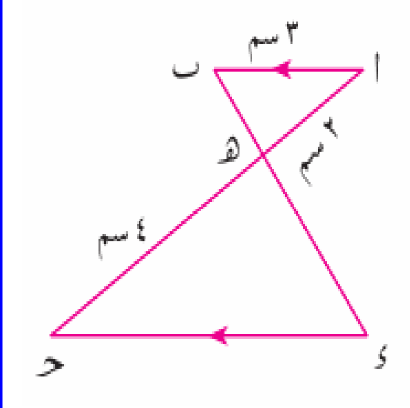
(ب) فى الشكل المقابل :

$\overline{\text{ا ب}}$ // $\overline{\text{د جـ}}$ ، ا هـ = ٢ سم ،

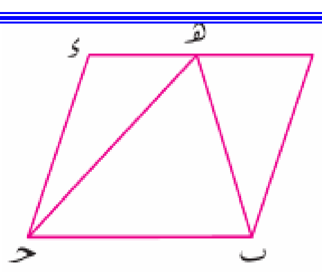
هـ جـ = ٤ سم ، ا ب = ٣ سم ،

(أولاً) أثبت أن : Δ ا ب هـ ~ Δ جـ د هـ

(ثانياً) أوجد : طول $\overline{\text{د جـ}}$



٤ (أ) فى الشكل المقابل :

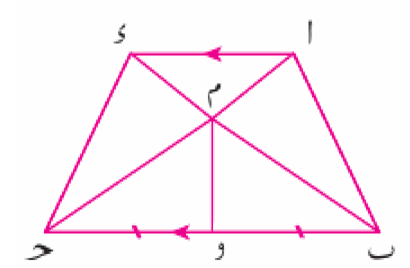


مساحة متوازى الأضلاع ا ب جـ د = ١٨ سم^2 ،

هـ ∈ $\overline{\text{ا د}}$ ،

أوجد : مساحة Δ هـ ب جـ

(ب) فى الشكل المقابل :



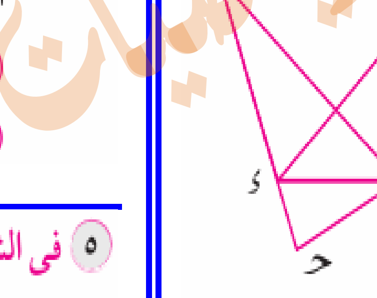
ب و = جـ و ،

$\overline{\text{ا د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ،

أثبت أن :

(أولاً) مساحة Δ ا ب م = مساحة Δ د جـ م

(ثانياً) مساحة الشكل ا ب و م = مساحة الشكل د جـ و م





٥ فى الشكل المقابل :



ق (∠ ا ب جـ) = ٩٠° ،

ا ب = ٣ سم ، ب جـ = ٤ سم ،

ا د = ١٣ سم ، جـ د = ١٢ سم ،

(أولاً) أوجد : طول $\overline{\text{ا جـ}}$

(ثانياً) أثبت أن : ق (∠ ا جـ د) = ٩٠°

إجابة النموذج (١)

① (أ) ١٢ سم^{٢} (ب) ٦ سم (جـ) حاد الزوايا
(د) ٥٠ سم^{٢} (هـ) متناسبة

② (أ) متطابقان (ب) متساويين فى المساحة
(جـ) ق (∠ ص) (د) ب ء (هـ) ٤٥ سم^{٢}

③ (أ) ∵ م (الشكل ا ب جـ ء) = م (Δ هـ ب جـ)
بطرح م (Δ ب جـ ء) من كل منهما
∴ م (Δ ا ب ء) = م (Δ هـ ب ء)
وهما مرسومان على $\overline{\text{ب ء}}$ ، ورأساهما على $\overline{\text{ا هـ}}$
∴ $\overline{\text{ا هـ}}$ // $\overline{\text{ب ء}}$

(ب) (أولًا) راجع الحلول السابقة
(ثانيًا) ∵ $\frac{\text{ا هـ}}{\text{جـ هـ}} = \frac{\text{ا ب}}{\text{جـ ء}}$ ∴ $\frac{٢}{٤} = \frac{٣}{\text{جـ ء}}$
∴ جـ ء = ٦ سم

④ (أ) م (Δ هـ ب جـ) = ٩ سم^{٢}
(ب) راجع الحلول السابقة

⑤ (أولًا) فى Δ ا ب جـ : ا جـ = ٥ سم
(ثانيًا) فى Δ ا جـ ء :
∵ $(\text{ا ء})^{٢} = (\text{ا جـ})^{٢} + (\text{جـ ء})^{٢}$
∴ ق (∠ ا جـ ء) = ٩٠°

نمـــوذج (٢) هندسة

١ اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

(أ) مساحة المربع الذى طول قطره ٦ سم = ... سم^٢ . (٦ أ، ١٢ أ، ١٨ أ، ٣٦)

(ب) فى الشكل المقابل :



اب حـ ٤ متوازى أضلاع ، هـ ∈ حـ ٤ .

فإذا كانت مساحة Δ ا هـ ب = ١٥ سم^٢ ،

فإن : مساحة متوازى الأضلاع ا ب حـ ٤ = ... سم^٢

(١٥ أ، ٣٠ أ، ٤٥ أ، ٢٢٥)

(حـ) اب حـ Δ فيه : (اب)^٢ > (اح)^٢ + (ب حـ)^٢ ،

فإن : (∠ حـ) تكون .... (منفرجة أ، قائمة أ، حادة أ، منعكسة)

(٤) مساحة المثلث الذى طول قاعدته ٦ سم وارتفاعه ٤ سم = ... سم^٢ .

(٢٤ أ، ١٢ أ، ١٠ أ، ٦)

(هـ) إذا كان : Δ ا ب حـ ~ Δ س ص ع ، اب = $\frac{1}{2}$ س ص ، فإن : محيط Δ ا ب حـ

= .... محيط Δ س ص ع . (٤ أ، $\frac{1}{4}$ أ، ٢ أ، $\frac{1}{2}$)

٢ أكمل ما يأتى بالإجابة الصحيحة :

(أ) قطرا شبه المنحرف المتساوى الساقين ....

(ب) متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين .... فى المساحة .

(حـ) يتشابه المضلعان إذا كانت الأضلاع المتناظرة .... والزوايا المتناظرة ....

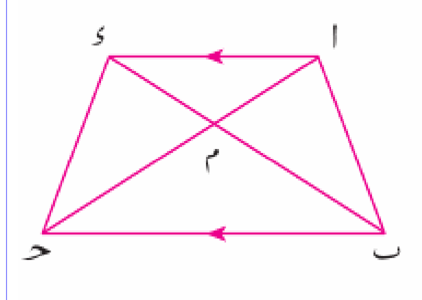
(٤) فى Δ ا ب حـ إذا كان : (اب)^٢ = (ب حـ)^٢ + (احـ)^٢ ،

فإن : ق (∠ ....) = ٩٠°

(هـ) مساحة متوازى الأضلاع = طول قاعدته × ....

٣ (أ) أوجد مساحة المعين الذى طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم .

(ب) فى الشكل المقابل :





ا٤ // ب حـ ، احـ ∩ ب ٤ = { م } ،

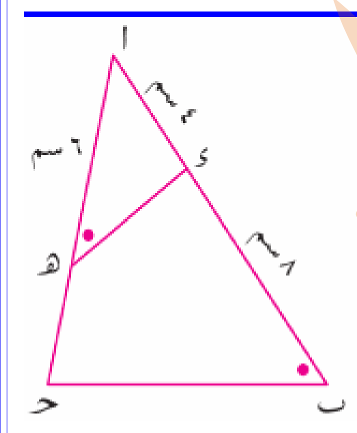
أثبت أن :



مساحة Δ ا م ب = مساحة Δ ٤ م حـ



٤ فى الشكل المقابل :



ق (∠ ا هـ ٤) = ق (∠ ب) ،

ا ٤ = ٤ سم ، ا هـ = ٤ سم ، ب ٤ = ٨ سم

(أولًا) برهن أن : Δ ا ٤ هـ ~ Δ ا حـ ب

(ثانيًا) أوجد : طول هـ حـ

٥ (أ) فى الشكل المقابل :

ا ب حـ ء ،

ا ب ن م متوازيا أضلاع

برهن أن :

مساحة Δ ا هـ ء = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▱ ا ب ن م

(ب) فى الشكل المقابل :

س م = ٩ سم ،

ع م = ٤ سم

أوجد : طول $\overline{\text{ص م}}$

إجابة نموذج (٢)

١ (أ) ١٨ سم^٢ (ب) ٣٠ سم^٢ (حـ) منفرجة

(ء) ١٢ سم^٢ (هـ) $\frac{١}{٢}$

---

٢ (أ) متطابقان (ب) متساويين

(حـ) متناسبة الزوايا المتناظرة متساوية فى القياس

(ء) حـ (هـ) الارتفاع المناظر لها

---

٣ (أ) مساحة المعين = ٢٤ سم^٢

(ب) راجع الحلول السابقة

④ (أولًا) فى Δ ا ى هـ ، Δ ا حـ ب

∠ ا مشتركة ، ق (∠ ا هـ ى) = ق (∠ ب)

∴ Δ ا ى هـ ~ Δ ا حـ ب

(ثانيًا) ∵ $\frac{ا ى}{ا حـ} = \frac{ا هـ}{ا ب}$ ∴ $\frac{٤}{٦ + هـ حـ} = \frac{٦}{١٢}$

∴ ٦ + هـ حـ = ٨ ∴ هـ حـ = ٢ سم

⑤ (ا) م (Δ هـ ا ى)

= $\frac{١}{٢}$ م (متوازى الأضلاع ا ب حـ ى)

∵ م (متوازى الأضلاع ا ب حـ ى)

= م (متوازى الأضلاع ا ب ں م)

∴ م (Δ هـ ا ى)

= $\frac{١}{٢}$ م (متوازى الأضلاع ا ب ں م)

(ب) ∵ (ص م)^٢ = ٤ × ٩ ∴ ص م = ٦ سم

نمـــوذج (٣) هندسة

① أكمل ما يأتي :

(ا) متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين ....

(ب) يتشابه المثلثان إذا كان أطوال أضلاعها المتناظرة ....

(حـ) المربع الذى طول قطره ١٠ سم تكون مساحته .... سم^٢

(ى) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين : ٤ سم ، ٦ سم وارتفاعه ٤ سم ، فإن مساحته .... سم^٢

(هـ) المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة يكونان ....

② تخير الإجابة الصحيحة :

(ا) معين طولا قطريه ٦ سم ، ١٠ سم ، فإن : مساحته = ... سم^٢ .

(٣٠ أ، ١٥ أ، ١٠ أ، ٦٠)

(ب) فى Δ ل م ں ، إذا كان : (ل م)^٢ > (ل ں)^٢ + (ں م)^٢ ،

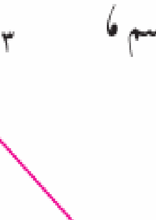
تكون : ∠ ں .... (حادة أ، منفرجة أ، قائمة أ، مستقيمة)

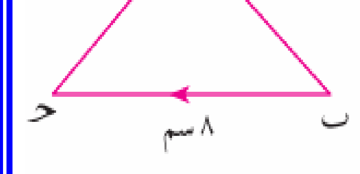
(جـ) مساحة متوازى الأضلاع الذى طولا ضلعين متجاورين فيه ٦ سم ، ٧ سم ، والارتفاع لأكبر ٥ سم = ...
(٤٩ أ، ٣٥ أ، ٣٠ أ، ٤٢)

(ء) مثلث مساحته ٢٤ سم^2 وارتفاعه ٨ سم ، فإن : طول قاعدته ....
(١٦ أ، ٦ أ، ٢ أ، ٣)

(هـ) إذا كانت نسبة التكبير لمضلعين متشابهين تساوى .... كان المضلعان متطابقان .
(١ أ، ٢ أ، $\frac{١}{٢}$ أ، $\frac{١}{٤}$)

٣ (أ) فى الشكل المقابل :





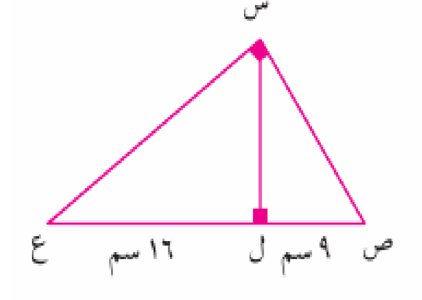
$\overline{اء}$ // $\overline{ب جـ}$ ، اء = ٤ سم ، ب جـ = ٨ سم ،

اهـ = ٣ سم ، هـ ء = ٢ سم

(أولًا) أثبت أن : Δ ا هـ ء ~ Δ جـ هـ ب

(ثانيًا) أوجد : محيط Δ هـ ب جـ

(ب) فى الشكل المقابل :



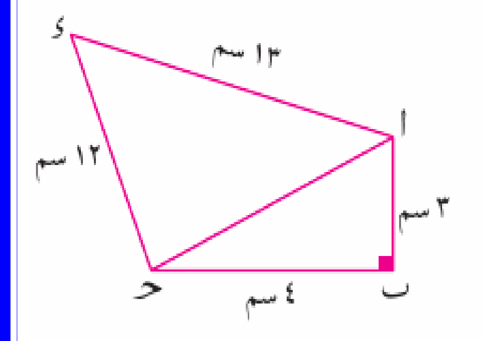
Δ س ص ع قائم الزاوية فى س ،

$\overline{س ل}$ ⊥ $\overline{ص ع}$ ، ص ل = ٩ سم ،

ل ع = ١٦ سم .

أوجد : طول $\overline{س ل}$ ، $\overline{س ع}$

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



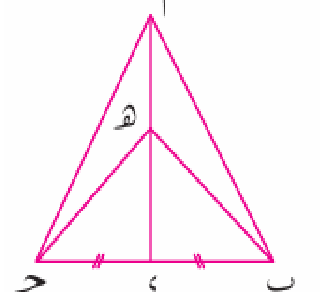
اب = ٣ سم ، ب جـ = ٤ سم ،

اء = ١٣ سم ، جـ ء = ١٢ سم ،

ق (∠ ب) = ٩٠° ،

أثبت أن : ق (∠ ا جـ ء) = ٩٠°

(ب) فى الشكل المقابل :



Δ ا ب جـ فيه : $\overline{اء}$ متوسط ،

هـ ∈ $\overline{اء}$ ، رسم $\overline{ب هـ}$ ، $\overline{جـ هـ}$

أثبت أن : مساحة Δ ا ب هـ = مساحة Δ ا جـ هـ

٥ فى الشكل المقابل :

$\overline{اء}$ // $\overline{ب جـ}$ ، س منتصف $\overline{ب جـ}$ ،

أثبت أن :

(أولًا) مساحة Δ ا م ب = مساحة Δ ء م جـ

(ثانيًا) مساحة الشكل ء جـ س م = مساحة الشكل ا ب س م

إجابة نموذج (٣)

① (أ) متساويين فى المساحة (ب) متناسبة

(جـ) ٥٠ سم^2 (د) ٢٠ سم^2

(هـ) متساويين فى المساحة

② (أ) ٣٠ سم^2 (ب) منفرجة (جـ) ٣٠ سم^2

(د) ٦ سم (هـ) ١

③ (أ) (أولًا) راجع الحلول السابقة

(ثانيًا) محيط المثلث هـ ب جـ = ٢ × ٩

= ١٨ سم

(ب) س ل = ١٢ سم ، س ع = ٢٠ سم

④ (أ) فى Δ ا ب جـ : ا جـ = ٥ سم

فى Δ ا جـ د :

∵ (ا د)^2 = (ا جـ)^2 + (جـ د)^2 = ١٦٩

∴ ق (∠ ا جـ د) = ٩٠°

(ب) راجع الحلول السابقة

⑤ راجع الحلول السابقة

مراجعة الهندسة

س١ اختار الاجابة الصحيحة مما بين الاجابات المعطاة :-

(١) معين طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم فإن مساحة سطحه = ... سم²

(أ) ٤٨ (ب) ١٤ (جـ) ٢٤ (د) ٢٨

(٢) مثلثان متشابهان النسبة بين طولي ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٤ فإذا كان محيط الاصغر ٣٦ سم فإن محيط المثلث الاكبر = ... سم (أ) ٩ (ب) ١٢ (جـ) ٢٤ (د) ٤٨

(٣) إذا كان طول قاعدة متوازي أضلاع ٧ سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ٤ سم فإن مساحته = ... سم² (أ) ١١ (ب) ١٤ (جـ) ٢٢ (د) ٢٨

(٤) طول مسقط قطعة مستقيمة موازية لمستقيم معلوم علي هذا المستقيم المعلوم ...... طول القطعة المستقيمة (أ) > (ب) < (جـ) = (د) ≥

(٥) إذا تشابه مضلعان وكانت النسبة بين طولي ضلعين متناظرين ١ : ٢ فإن النسبة بين محيطيهما .... (أ) ١ : ٢ (ب) ٢ : ٣ (جـ) ٣ : ٤ (د) ٤ : ٣

(٦) في △ أ ب جـ إذا كان (أ جـ)² – (أ ب)² = (ب جـ)² فإن < ب تكون ....

(أ) قائمة (ب) حادة (جـ) منفرجة (د) منعكسة

(٧) إذا كانت مساحة متوازي أضلاع ٣٥ سم² وطول أحد أضلاعه ٧ سم فإن الارتفاع الساقط عليه = ... سم (أ) ١٠ (ب) ٥ (جـ) ٧ (د) $\frac{٥}{٢}$

(٨) إذا كانت نسبة التكبير بين مضلعين متشابهين = ... فإن المضلعين متطابقان

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٠.٥ (د) ٠.٢٥

(٩) العمود المرسوم من رأس القائمة لمثلث قائم الزاوية علي الوتر يقسمه لمثلثين ....

(أ) متطابقين (ب) حادين (جـ) متشابهين (د) منفرجي الزاوية

(١٠) مساحة المثلث .... مساحة متوازي الأضلاع المشترك معه في القاعدة ورأسه علي المستقيم الموازي لهذه القاعدة . (أ) تساوي (ب) نصف (جـ) ضعف (د) ربع

(١١) إذا كان $\overline{أ ب} \perp \overline{ب جـ}$ فإن مسقط $\overline{أ جـ}$ على $\overleftrightarrow{ب جـ}$ هي ....

(أ) أ ب (ب) ب جـ (جـ) أ جـ (د) { أ }

(١٢) طول مسقط قطعة مستقيمة علي مستقيم معلوم .... طول القطعة نفسها

(أ) < (ب) ≥ (جـ) ≤ (د) =

(١٣) طولا ضلعين متجاورين في متوازي أضلاع ٦ سم ، ٧ سم وارتفاعه الاكبر ٥ سم فتكون مساحته = ... سم² (أ) ٣٠ (ب) ٣٥ (جـ) ٤٢ (د) ٤٩

(١٤) إذا كان المثلث أ ب جـ ~ المثلث أ س ص ، ق (< ب) = ٥٥٠° فإن ق (< س) = ...°

(أ) ١٠٠ (ب) ١٣٠ (جـ) ٤٠ (د) ٥٠

(١٥) المضلعان المتشابهان زواياهما المتناظرة .... في القياس

(أ) متساوية (ب) مختلفة (جـ) متبادلة (د) متناسبة وغير متساوية

(١٦) المثلث الذي طول قاعدته ١٢ سم ومساحته ٤٨ سم^2 يكون ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة .... (أ) ٣ سم (ب) ٤ سم (جـ) ٦ سم (جـ) ٨ سم

(١٧) ﻫ ب جـ د متوازي أضلاع ، هـ ∈ ﻫ د فإذا كانت مساحة Δ هـ ب جـ = ٣٥ سم٢ فإن مساحة متوازي الأضلاع ﻫ ب جـ د = ... سم^2 (أ) ٣٥ (ب) ٧٠ (جـ) ١٧ (د) ١٧.٥

(١٨) مسقط قطعة مستقيمة عمودية علي مستقيم معلوم هو ....
(أ) نقطة (ب) قطعة مستقيمة (جـ) مستقيم (د) شعاع

(١٩) النسبة بين مساحة متوازي الأضلاع ومساحة المثلث المشترك معه في القاعدة والمحصور بين مستقيمين متوازيين تساوي .... (أ) ٢ : ١ (ب) ٣ : ١ (جـ) ١ : ٢ (د) ١ : ٣

(٢٠) الاطوال ١٣ سم ، ١١ سم ، ٢٠ سم تصلح أن تكون أطوالا لاضلاع مثلث ....
(أ) قائم الزاوية (ب) منفرج الزاوية (جـ) حاد الزوايا (د) متساوي الساقين

(٢١) مربع طول قطره ١٠ سم تكون مساحته = ... سم^2
(أ) ٥٠ (ب) ١٠٠ (جـ) ٣٠ (د) ٤٠

(٢٢) معين مساحته ٣٦ سم٢ وطول أحد قطريه ٩ سم فإن طول القطر الاخر .... سم
(أ) ٤ (ب) ١٨ (جـ) ٨ (د) ١٦

(٢٣) مساحة شبه المنحرف الذي طول قاعدته المتوسطة ١٠ سم وارتفاعه ٨ سم = ... سم^2
(أ) ٨٠ (ب) ٤٠ (جـ) ١٠٠ (د) ١٦٠

(٢٤) إذا كان Δ س ص ع فيه (س ع)^2 > (س ص)^2 + (ص ع)^2 فإن زاوية ص تكون ....
(أ) قائمة (ب) حادة (جـ) منفرجة (د) مستقيمية

(٢٥) في Δ ﻫ ب جـ إذا كان (ﻫ جـ)^2 + (ب جـ)^2 = (ﻫ ب)^2 – ٩ فإن > جـ تكون زاوية ....
(أ) حادة (ب) منفرجة (جـ) قائمة (د) مستقيمية

(٢٦) المضلعان المتشابهان أضلاعهما المتناظرة ....
(أ) متطابقة (ب) متساوية في الطول (جـ) متناسبة (د) منطبقة

(٢٧) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٣ سم ، ٥ سم فإن طول قاعدته المتوسطة = ... سم
(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

(٢٨) عدد محاور تماثل المثلث المتساوي الساقين هو ....(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) صفر

س٢ أكمل ما يأتي :-

(١) يتشابه المضلعان إذا كانت الأضلاع المتناظرة .... والزوايا المتناظرة ....

(٢) مساحة شبه المنحرف الذي طولا قاعدتيه المتوازيتين ٩ سم ، ١١ سم وارتفاعه ٤ سم تساوي .... سم^2

(٣) يتطابق المثلثان المتشابهان إذا كانت نسبة التكبير بينهما ....

(٤) المثلث س ص ع الذي فيه (س ص)^2 = (س ع)^2 + (ص ع)^2 يكون قائم الزاوية في ....

(٥) مربع مساحته ٣٢ سم^2 فإن طول قطره = ... سم

(٦) المثلثان المرسومان علي قاعدة واحدة ورأساهما علي مستقيم يوازي هذه القاعدة ....

(٧) إذا كان Δ ﺃ ب جـ ~ Δ د هـ و ، ﺃ ب = $\frac{١}{٤}$ د هـ فإن محيط Δ ﺃ ب جـ .... Δ د هـ و

(٨) المثلثان المتساويان في مساحتيهما ، والمرسومان علي قاعدة واحدة وفي جهة واحدة منها يكون ....

(٩) متوسط المثلث يقسم سطحه إلي مثلثين ....

(١٠) المثلث الذي اطوال اضلاعه ٦ سم ، ٨ سم ، ١٠ سم يكون .... الزاوية

(١١) Δ ﺃ ب جـ قائم الزاوية في ﺃ ، ﺃ د ⊥ ب جـ ، د ∈ ب جـ فيكون ﺃ ب × ﺃ جـ = ...

(١٢) في المثلث ﺃ ب جـ إذا كان (ﺃ ب)^{٢} + ٥ = (ﺃ جـ)^{٢} + (ب جـ)^{٢} فإن < جـ تكون ....

(١٣) قطرا شبه المنحرف المتساوي الساقين يكونان ....

(١٤) طول مسقط قطعة مستقيمة عمودية علي مستقيم يساوي ....

(١٥) شبه منحرف طول القاعدة المتوسطة ٨ سم وطول إحدي قاعدتيه المتوازيتين = ٥ سم فإن طول القاعدة الاخري ....

س٣ أسئلة مقالية

(١) في الشكل المقابل

ﺃ ب جـ ء شكل رباعي فيه ﺃ ء // ب جـ

ب هـ = جـ هـ ، ﺃ جـ ∩ ب ء = { م }

أثبت أن مساحة الشكل ﺃ ب هـ م = مساحة الشكل ء جـ هـ م

الحل

∵ ﺃ ء // ب جـ

∴ مساحة Δ ﺃ ب ء = مساحة Δ ﺃ جـ ء لانهم مرسومان علي قاعدة واحدة وفي جهة واحده منها

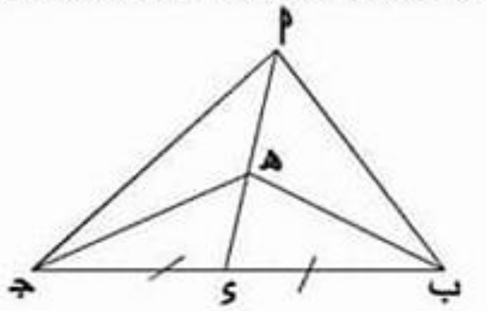
بطرح مساحة Δ ﺃ م ء من الطرفين نجد أن مساحة Δ ﺃ ب م = مساحة Δ ء م هـ (١)

∵ ب هـ = هـ جـ ∴ مساحة Δ ب م هـ = مساحة Δ جـ هـ م (٢)

بجمع (١) ، (٢) نجد أن مساحة الشكل ﺃ ب هـ م = مساحة الشكل ء جـ هـ م

****

(٢) في الشكل المقابل



ء منتصف ب جـ ، هـ ∈ ﺃ ء

أثبت أن مساحة Δ ﺃ هـ ب = مساحة Δ ﺃ هـ جـ

الحل

∵ ء منتصف ب جـ في Δ ﺃ ب جـ

∴ ﺃ ء متوسط في Δ ﺃ ب جـ

∴ مساحة Δ ﺃ ب جـ = مساحة Δ ﺃ جـ ء (١)

∵ ء منتصف ب جـ في Δ هـ ب جـ ∴ هـ ء متوسط في Δ هـ ب جـ

∴ مساحة Δ هـ ب ء = مساحة Δ هـ جـ ء (٢)

بطرح (١) ، (٢) نجد ان مساحة Δ ﺃ هـ ب = مساحة Δ ﺃ هـ جـ

(٣) في الشكل المقابل

أ ب جـ ء ، أ هـ و ء متوازيا أضلاع

أ هـ ∩ ء جـ = {س}

اثبت أن مساحة Δ أ ب س = مساحة Δ ء و س

الحل

∵ أ ب جـ ء ، أ هـ و ء متوازيا أضلاع مشتركان في القاعدة أ ء ، أ ء // ب و

∴ مساحة متوازي الاضلاع أ ب جـ ء = مساحة متوازي الاضلاع أ هـ و ء (١)

∵ Δ أ ب س ، متوازي الاضلاع أ ب جـ ء مشتركان في القاعدة أ ب ، أ ب // ء س

∴ مساحة Δ أ ب س = $\frac{١}{٢}$ مساحة متوازي الاضلاع أ ب جـ ء (٢)

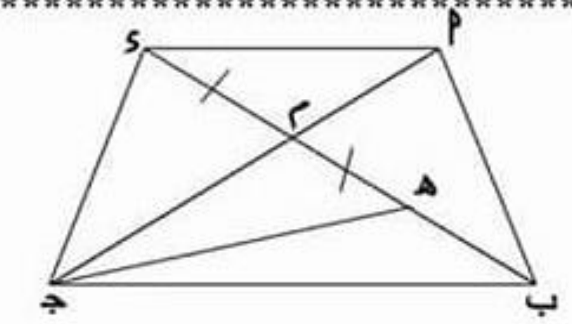
∵ Δ ء و س ، متوازي الاضلاع أ هـ و ء مشتركان في القاعدة ء و ، ء و // أ س

∴ مساحة Δ ء و س = $\frac{١}{٢}$ مساحة متوازي الاضلاع أ هـ و ء (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) نجدان مساحة Δ أ ب س = مساحة Δ ء و س

****

(٤) في الشكل المقابل



أ ب جـ ء شكل رباعي تقاطع قطراه في م

هـ ∈ ب م حيث م هـ = م ء

مساحة Δ أ م ب = مساحة Δ جـ م هـ

برهن أن أ ء // ب جـ

الحل

∵ م هـ = م ء ∴ مساحة Δ جـ هـ م = مساحة Δ ء م جـ (١)

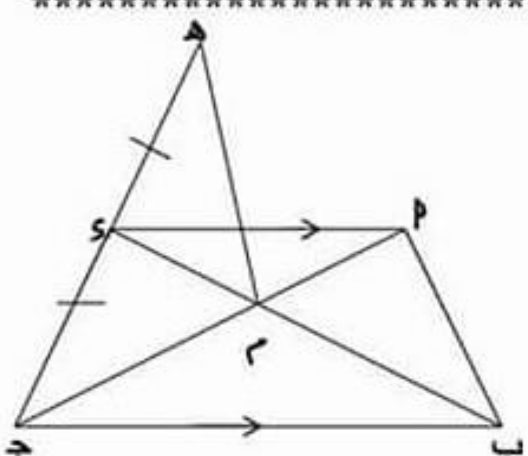
لكن من المعطيات مساحة Δ جـ هـ م = مساحة Δ أ م ب (٢)

من (١) ، (٢) نجد أن مساحة Δ ء م جـ = مساحة Δ أ م ب باضافة مساحة Δ أ م ء للطرفين

∴ مساحة Δ أ ب ء = مساحة Δ أ جـ ء منها أ ء // ب جـ

****

(٥) في الشكل المقابل



أ ء // ب جـ ، أ جـ ∩ ب ء = {م}

ء منتصف هـ جـ

أثبت أن مساحة Δ م ء هـ = مساحة Δ أ م ب

الحل

∵ أ ء // ب جـ

∴ مساحة Δ أ ب ء = مساحة Δ أ جـ ء

بطرح مساحة Δ أ م ء من الطرفين

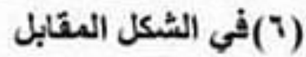
∴ مساحة Δ أ م ب = مساحة Δ ء م جـ (١)

∵ ء منتصف هـ جـ ∴ م ء متوسط في Δ هـ م جـ

∴ مساحة Δ م هـ ء = مساحة Δ م جـ ء (٢)

من (١) ، (٢) نجد أن مساحة Δ م ء هـ = مساحة Δ أ م ب

****



(٦) في الشكل المقابل

ق(∠أ ء هـ) = ق(∠ب)

أ هـ = ٥ سم ، هـ ب = ٧ سم

، ب جـ = ٩ سم ، أ ء = ٤ سم

(١) اثبت أن Δ أ ء هـ ~ Δ أ ب جـ

(٢) أوجد طول كلا من ء هـ ، ء جـ

الحل

ΔΔ أ ء هـ ، أ ب جـ فيهما

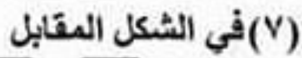
∠أ مشتركة ، ق(∠أ ء هـ) = ق(∠ب) ∴ ق(∠أ هـ ء) = ق(∠جـ)

∴ Δ أ ء هـ ~ Δ أ ب جـ

أ ء / أ ب = ء هـ / ب جـ = أ هـ / أ جـ منها ٤ / ١٢ = ء هـ / ٩ = ٥ / أ جـ

ء هـ = (٤ × ٩) / ١٢ = ٣ سم ، أ جـ = (٥ × ١٢) / ٤ = ١٥ سم منها ء جـ = ١٥ − ٤ = ١١ سم

****



(٧) في الشكل المقابل

إذا كان أ جـ // هـ ء ، أ ب = ٣ سم

ب هـ = ٨ سم ، ب ء = ٦ سم

(١) أثبت أن Δ أ ب جـ ~ Δ ء ب هـ

(٢) أوجد طول ب جـ

الحل

∵ أ جـ // هـ ء

∴ ق(∠أ) = ق(∠ء) ، ق(∠جـ) = ق(∠هـ) بالتبادل

ΔΔ أ ب جـ ، ء ب هـ فيهما

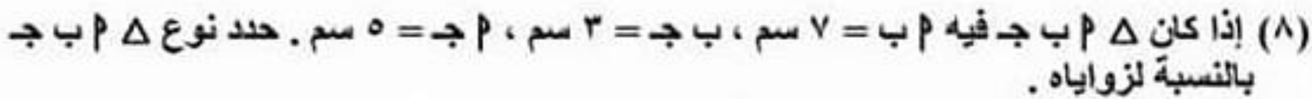
ق(∠أ) = ق(∠ء) ، ق(∠جـ) = ق(∠هـ) بالتبادل ،

ق(∠أ ب جـ) = ق(∠هـ ب ء) بالتقابل بالراس

∴ Δ أ ب جـ ~ Δ ء ب هـ

ب أ / ب ء = ب جـ / ب هـ منها ٣ / ٦ = ب جـ / ٨ ب جـ = (٣ × ٨) / ٦ = ٤ سم

****



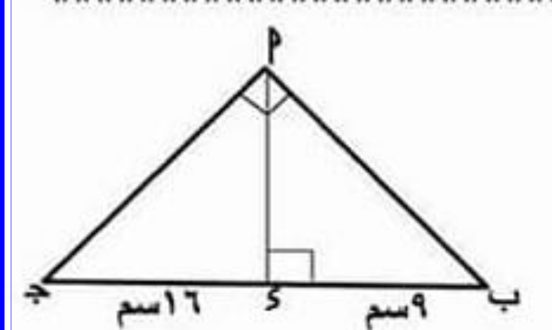
(٨) إذا كان Δ أ ب جـ فيه أ ب = ٧ سم ، ب جـ = ٣ سم ، أ جـ = ٥ سم . حدد نوع Δ أ ب جـ بالنسبة لزواياه .

الحل (أ ب)^2 = ٤٩ ، (أ جـ)^2 + (ب جـ)^2 = ٩ + ٢٥ = ٣٤

∵ $(أب)^2 > (أجـ)^2 + (ب جـ)^2$ ∴ Δ أ ب جـ منفرج الزاوية في جـ

****

(٩) في الشكل المقابل



أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في أ ، أء ⊥ ب جـ

ب ء = ٩ سم ، جـ ء = ١٦ سم

أوجد طول كلا من أء ، أ ب

الحل

Δ أ ب جـ قائم الزاوية في أ ، أء ⊥ ب جـ

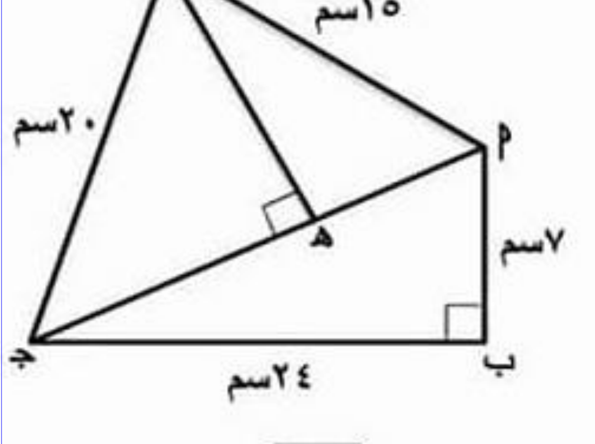
∴ $(أء)^2$ = ب ء × ء جـ = ٩ × ١٦ = ١٤٤

أء = $\sqrt{١٤٤}$ = ١٢ سم

$(أب)^2$ = ب ء × ب جـ = ٩ × ٢٥ = ٢٢٥ أب = $\sqrt{٢٢٥}$ = ١٥ سم

****

(١٠) في الشكل المقابل



أ ب جـ ء شكل رباعي فيه

ق(∠ب) = ٩٠° ، ء هـ ⊥ أجـ

أ ب = ٧ سم ، ب جـ = ٢٤ سم ، أء = ١٥ سم

، ء جـ = ٢٠ سم

(١) أوجد طول أجـ

(٢) أثبت أن ق(∠أ ء جـ) = ٩٠°

(٣) أوجد طول مسقط أء على أجـ

الحل

Δ أ ب جـ قائم الزاوية في ب

∴ $(أجـ)^2 = (أب)^2 + (ب جـ)^2$ = ٤٩ + ٥٧٦ = ٦٢٥ أجـ = $\sqrt{٦٢٥}$ = ٢٥ سم

Δ أ ء جـ فيه $(أجـ)^2$ = ٦٢٥ ، $(أء)^2 + (ء جـ)^2$ = ٢٢٥ + ٤٠٠ = ٦٢٥

∵ $(أجـ)^2 = (أء)^2 + (ء جـ)^2$ ∴ ق(∠أ ء جـ) = ٩٠°

مسقط أء على أجـ هو أهـ ∴ أهـ = $\frac{(أء)^2}{أجـ} = \frac{٢٢٥}{٢٥}$ = ٩ سم

****

(١١) أوجد مساحة شبه المنحرف الذي طولا قاعدتيه المتوازيتين ٨ سم ، ٦ سم وارتفاعه ١٠ سم

الحل

مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ (مجموع القاعدتين المتوازيتان) × الارتفاع

= $\frac{١}{٢}$ (٨ + ٦) × ١٠ = ٧٠ سم^2

(١٢) في الشكل المقابل

Δ س ص ع فيه ق(< س ص ع)= ٩٠ °

، ص ل ⊥ س ع حيث س ص = ٣ سم ، س ع = ٥ سم

احسب طول كلا من ص ع ، ل ع

الحل

∵Δ س ص ع فيه ق(< س ص ع)= ٩٠ °

∴ (ص ع)^2 = (ص س)^2 – (س ع)^2

= ٢٥ – ٩ = ١٦ ص ع = ٤ سم

∵ ل ع ⊥ ص س ∴ ل ع = $\frac{٤ \times ٣}{٥}$ = $\frac{١٢}{٥}$ = ٢.٤ سم

****

(١٣) مثلثان متشابهان أطوال اضلاع أحدهما ٣ سم ، ٤ سم ، ٥ سم ، محيط الآخر ٣٦ سم أوجد أطوال أضلاع المثلث الآخر .

الحل

نفرض اطوال اضلاع المثلث الاخر س ، ص ، ع ، محيطه ٣٦ سم

∵ المثلثان متشابهان ∴ $\frac{س}{٣}$ = $\frac{ص}{٤}$ = $\frac{ع}{٥}$ = $\frac{٣٦}{١٢}$

س = $\frac{٣٦ \times ٣}{١٢}$ = ٩ سم ، ص = $\frac{٣٦ \times ٤}{١٢}$ = ١٢ سم ، ع = $\frac{٣٦ \times ٥}{١٢}$ = ١٥ سم

****

(١٤) معين النسبة بين طولي قطريه ٥ : ٨ فإذا كانت مساحته ٢٠٠٠ سم^2 فاوجد طولا قطريه .

الحل

نفرض ان طولا قطري المعين ٥ س ، ٨ س

مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولا قطريه

٢٠٠٠ = $\frac{١}{٢}$ × ٥ س × ٨ س

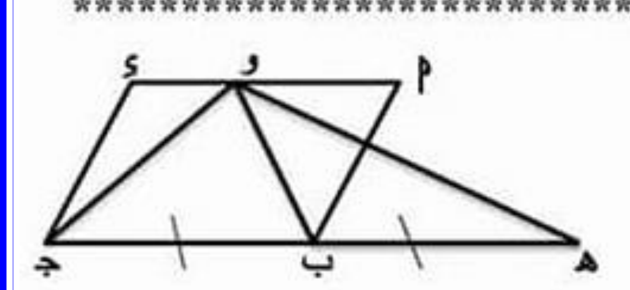
٢٠٠٠ = ٢٠ س^2 س^2 = ١٠٠ س = ١٠

طولا قطري المعين ٥٠ سم ، ٨٠ سم

****

اجب بنفسك

في الشكل المقابل

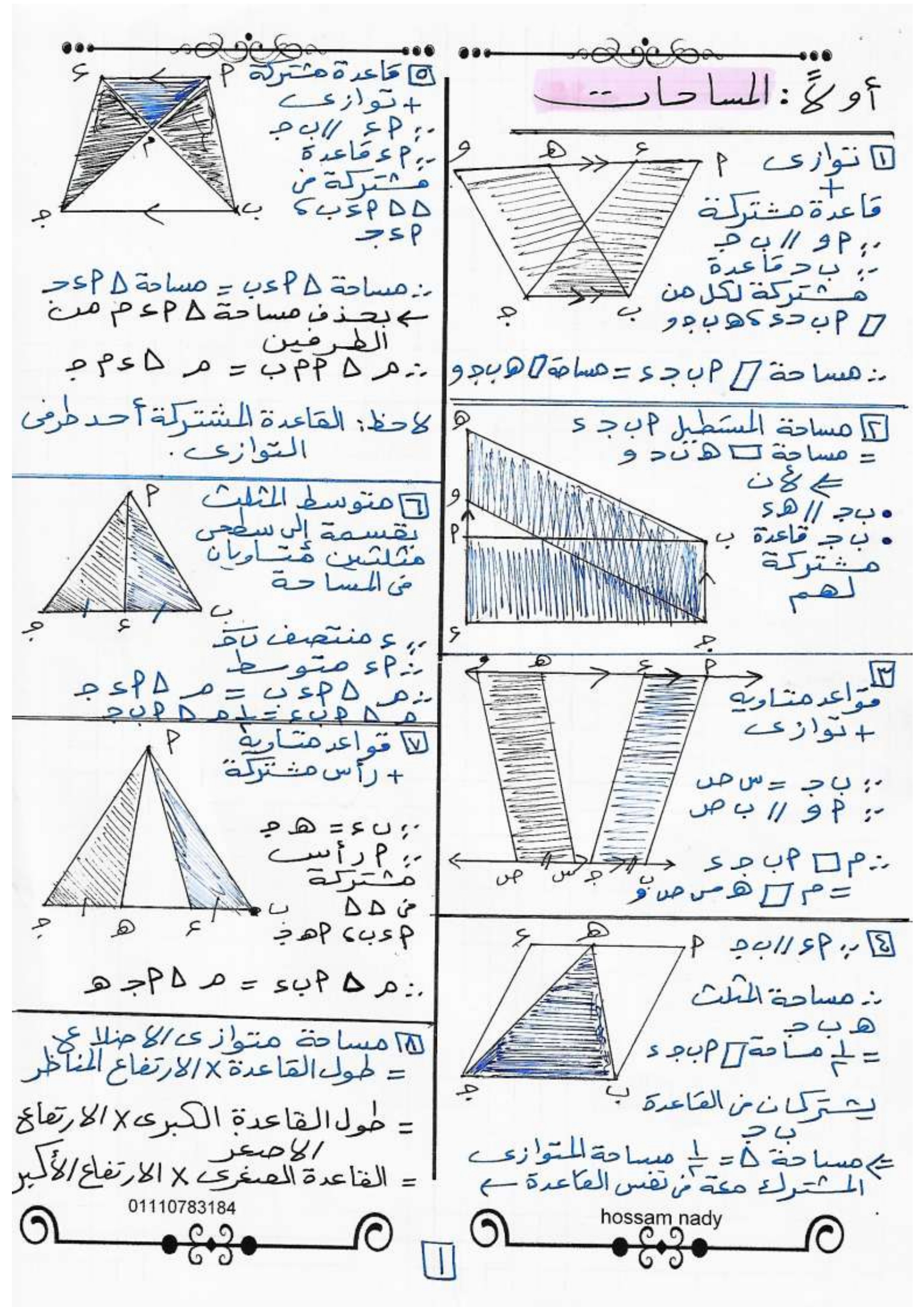


م ب جـ ء متوازي أضلاع ،

و ∈ م ء ، هـ ∈ جـ ب

، هـ ∉ جـ ب حيث هـ ب = ب جـ

أثبت أن مساحة Δ و هـ جـ = مساحة ▱ م ب جـ ء



أولاً: المساحات

١) توازى + قاعدة مشتركة

∵ أ و // ب جـ

∵ ب جـ قاعدة مشتركة لكل من ▱ أ ب جـ د ، هـ ب جـ و

∴ مساحة ▱ أ ب جـ د = مساحة ▱ هـ ب جـ و

٢) مساحة المستطيل أ ب جـ د = مساحة ▭ هـ ب جـ و

⇐ لأن

• ب جـ // هـ د

• ب جـ قاعدة مشتركة لهم

٣) قواعد متساوية + توازى

∵ ب جـ = س ص

∵ أ و // ب ص

∴ م ▭ أ ب جـ د = م ▱ هـ س ص و

٤) ∵ أ د // ب جـ

∴ مساحة المثلث هـ ب جـ = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب جـ د

يشتركان فى القاعدة ب جـ

⇐ مساحة △ = $\frac{1}{2}$ مساحة المتوازى المشترك معه فى نفس القاعدة ←

٥) قاعدة مشتركة + توازى

∵ أ د // ب جـ

∵ أ د قاعدة مشتركة من △△ أ د ب ، أ د جـ

∴ مساحة △ أ د ب = مساحة △ أ د جـ

← بحذف مساحة △ أ د م من الطرفين

∴ م △ أ م ب = م △ د م جـ

لاحظ: القاعدة المشتركة أحد طرفى التوازى.

٦) متوسط المثلث يقسمه إلى سطحى مثلثين متساويان فى المساحة

∵ د منتصف ب جـ

∴ أ د متوسط

∴ م △ أ د ب = م △ أ د جـ

م △ أ ب د = $\frac{1}{2}$ م △ أ ب جـ

٧) قواعد متساوية + رأس مشتركة

∵ ب د = هـ جـ

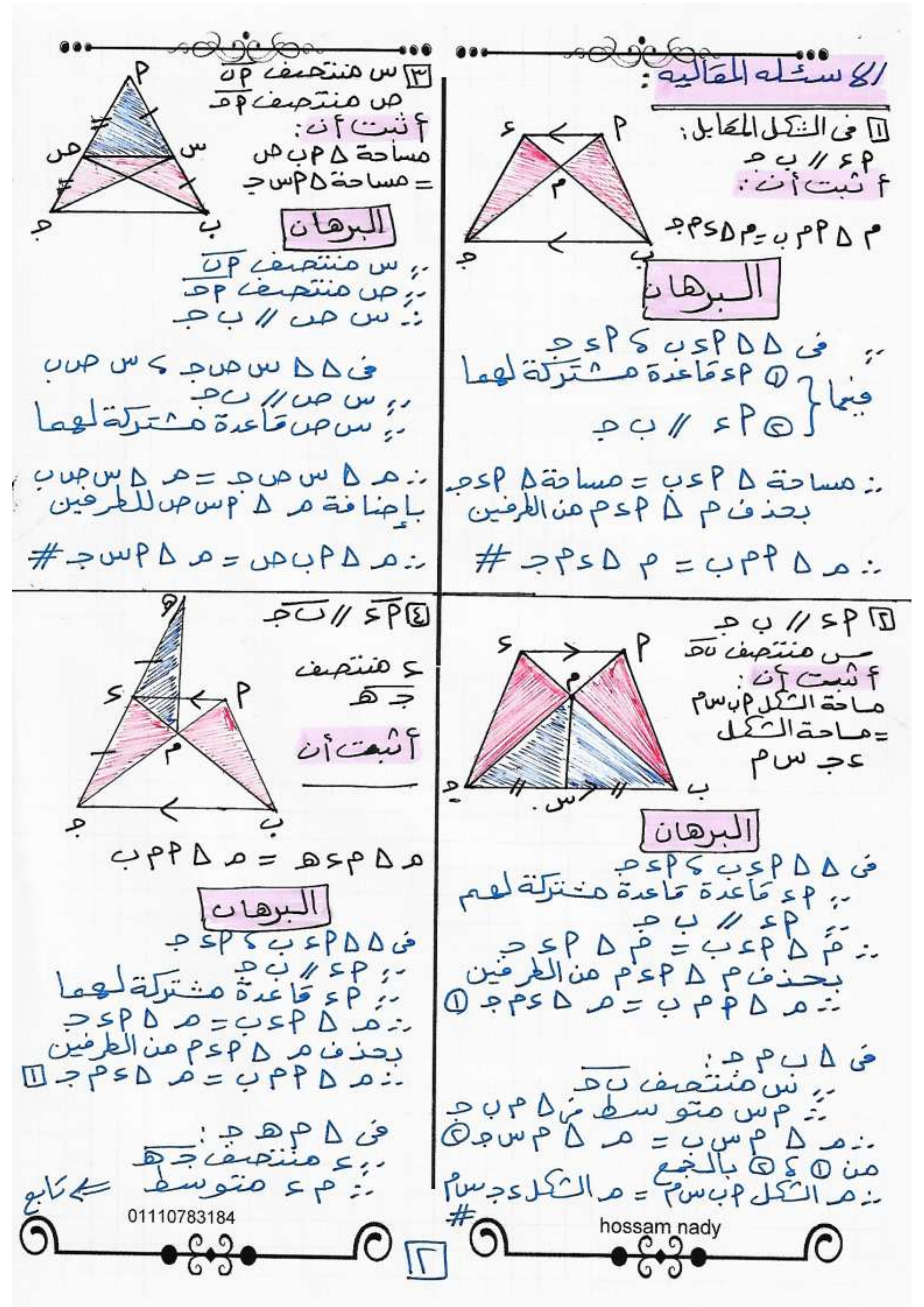
∵ أ رأس مشتركة فى △△ أ د ب ، أ هـ جـ

∴ م △ أ ب د = م △ أ جـ هـ

٨) مساحة متوازى الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع المناظر

= طول القاعدة الكبرى × الارتفاع الأصغر

= القاعدة الصغرى × الارتفاع الأكبر



الأسئلة المقالية:

١ في الشكل المقابل:

أ ء // ب جـ

أثبت أن:

م △ أ م ب = م △ ء م جـ

البرهان

∵ في △△ أ ء ب ، أ ء جـ

فيهما { ① أ ء قاعدة مشتركة لهما ، ② أ ء // ب جـ }

∴ مساحة △ أ ء ب = مساحة △ أ ء جـ

بحذف م △ أ ء م من الطرفين

∴ م △ أ م ب = م △ ء م جـ #

٢ أ ء // ب جـ

س منتصف ب جـ

أثبت أن:

مساحة الشكل أ ب س م = مساحة الشكل ء جـ س م

البرهان

في △△ أ ء ب ، أ ء جـ

∵ أ ء قاعدة مشتركة لهم

∵ أ ء // ب جـ

∴ م △ أ ء ب = م △ أ ء جـ

بحذف م △ أ ء م من الطرفين

∴ م △ أ م ب = م △ ء م جـ ①

في △ ب م جـ:

∵ س منتصف ب جـ

∴ م س متوسط في △ م ب جـ

∴ م △ م س ب = م △ م س جـ ②

من ① و ② بالجمع

∴ م الشكل أ ب س م = م الشكل ء جـ س م #

٣ س منتصف أ ب

ص منتصف أ جـ

أثبت أن:

مساحة △ أ ب ص = مساحة △ أ س جـ

البرهان

∵ س منتصف أ ب

∵ ص منتصف أ جـ

∴ س ص // ب جـ

في △△ س ص جـ ، س ص ب

∵ س ص // ب جـ

∵ س ص قاعدة مشتركة لهما

∴ م △ س ص جـ = م △ س ص ب

بإضافة م △ أ س ص للطرفين

∴ م △ أ ب ص = م △ أ س جـ #

٤ أ ء // ب جـ

ء منتصف جـ هـ

أثبت أن

م △ م ء هـ = م △ أ م ب

البرهان

في △△ أ ء ب ، أ ء جـ

∵ أ ء // ب جـ

∵ أ ء قاعدة مشتركة لهما

∴ م △ أ ء ب = م △ أ ء جـ

بحذف م △ أ ء م من الطرفين

∴ م △ أ م ب = م △ ء م جـ ①

في △ م هـ جـ:

∵ ء منتصف جـ هـ

∴ م ء متوسط

تابع

تابع سؤال ④

∵ م ء متوسط

∴ م △ م ء هـ = م △ م ء جـ ②

من ① ، ②

∴ م △ م ء هـ = م △ أ م ب #

⑤ أ ء // ب جـ

ب س = ص جـ

أثبت أن:

مساحة الشكل أ ب س م = مساحة الشكل ء جـ ص م

البرهان

في △△ أ ء ب ، أ ء جـ

∵ أ ء // ب جـ

∵ أ ء قاعدة مشتركة لهما

∴ م △ أ ء ب = م △ أ ء جـ

بحذف م △ أ ء م من الطرفين

∴ م △ أ م ب = م △ ء م جـ ← ①

في △△ م ب س ، م ص جـ

∵ ب س = ص جـ

∵ م رأس مشتركة لهما

∴ م △ م ب س = م △ م جـ ص ②

من ① ، ② بالجمع

∴ م الشكل أ ب س م = م الشكل ء جـ ص م

⑥ أ ب جـ ء متوازي أضلاع

و ∈ أ ء

هـ ب = ب جـ

أثبت أن:

مساحة △ و هـ جـ = مساحة ▱ أ ب جـ ء

البرهان

∵ أ ب جـ ء متوازي أضلاع

∵ أ ء // ب جـ

∴ م △ و ب جـ = $\frac{1}{2}$ م ▱ أ ب جـ ء ①

يشتركان في القاعدة ب جـ

في △ هـ و جـ

∵ هـ ب = ب جـ

∴ م △ و ب هـ = م △ و ب جـ

يشتركان في الرأس و

∴ م △ و ب جـ = $\frac{1}{2}$ م △ و هـ جـ ②

من ① ، ②

∴ م △ و هـ جـ = م ▱ أ ب جـ ء

⑦ أ ب جـ ء متوازي أضلاع

مساحته = ٤٠ سم²

و منتصف هـ جـ

أوجد: مساحة △ ب هـ و

البرهان

∵ △ هـ ب جـ ، ▱ أ ب جـ ء

① يشتركان في القاعدة ب جـ

② أ ء // ب جـ

∴ م △ هـ ب جـ = $\frac{1}{2}$ م ▱ أ ب جـ ء

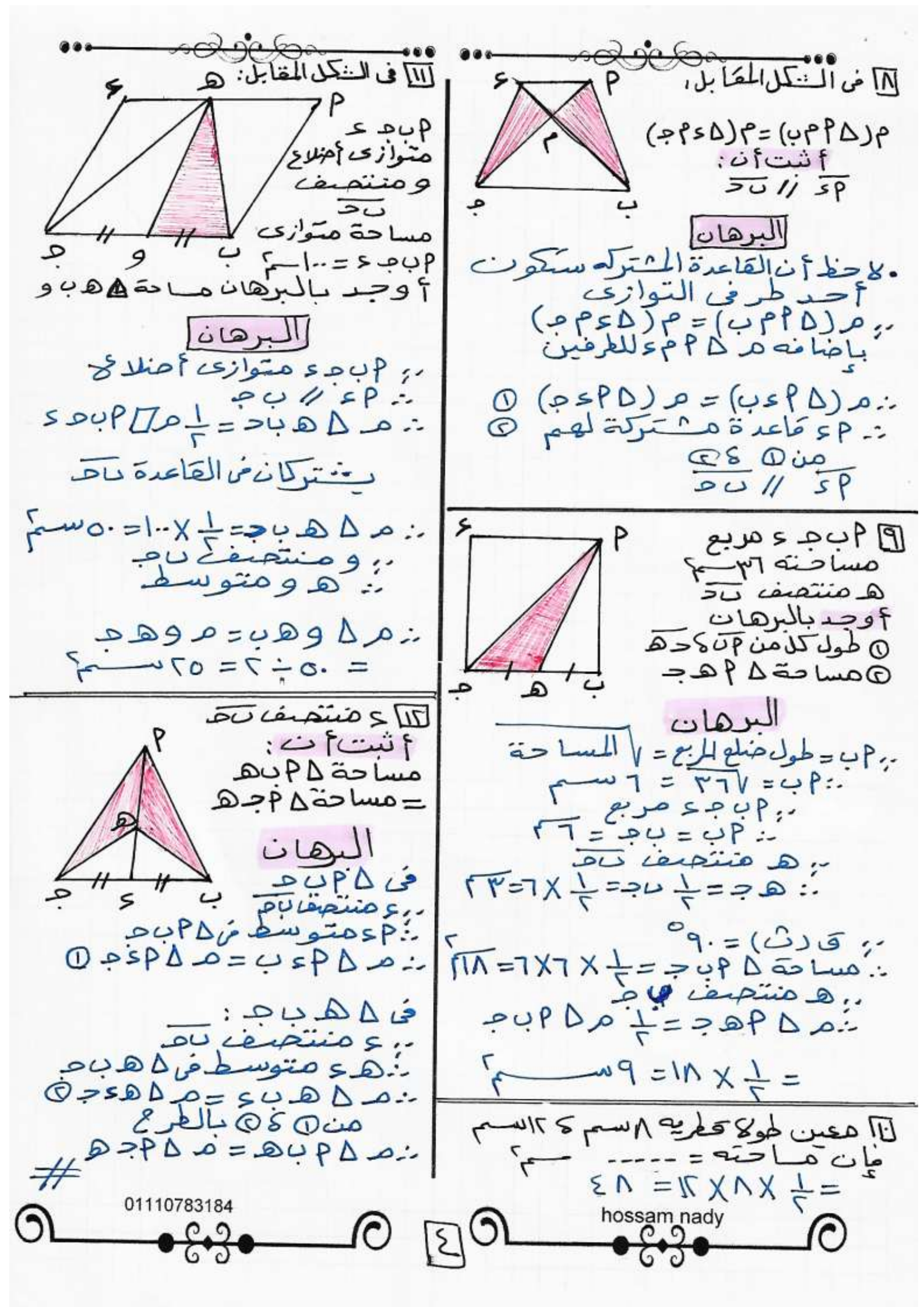
= $\frac{1}{2}$ × ٤٠ = ٢٠ سم²

∵ و منتصف هـ جـ

∴ ب و متوسط في △ ب هـ جـ

∴ م △ ب و هـ = م △ ب و جـ

= ٢٠ ÷ ٢ = ١٠ سم²



٨ في الشكل المقابل، م(△أمب) = م(△ءمجـ)

أثبت أن: $\overline{أء} \parallel \overline{بجـ}$

البرهان

• لاحظ أن القاعدة المشتركة ستكون أحد طرفي التوازي

∵ م(△أمب) = م(△ءمجـ)

بإضافة م△أمء للطرفين

∴ م(△أءب) = م(△أءجـ) ①

∵ أء قاعدة مشتركة لهم ②

من ① و ② $\overline{أء} \parallel \overline{بجـ}$

---

٩ أبجـء مربع مساحته ٣٦ سم² ، هـ منتصف $\overline{بجـ}$

أوجد بالبرهان

① طول كل من $\overline{أب}$ ، $\overline{جـهـ}$

② مساحة △أهـجـ

البرهان

∵ أب = طول ضلع المربع = √المساحة

∴ أب = √٣٦ = ٦ سم

∵ أبجـء مربع

∴ أب = بجـ = ٦ سم

∵ هـ منتصف $\overline{بجـ}$

∴ هـجـ = ½ بجـ = ½ × ٦ = ٣ سم

∵ ق(∠ب) = ٩٠°

∴ مساحة △أبجـ = ½ × ٦ × ٦ = ١٨ سم²

∵ هـ منتصف بجـ

∴ م△أهـجـ = ½ م△أبجـ

= ½ × ١٨ = ٩ سم²

---

١٠ معين طولا قطريه ٨ سم ، ١٢ سم فإن مساحته = ----- سم²

= ½ × ٨ × ١٢ = ٤٨

---

١١ في الشكل المقابل: أبجـء متوازي أضلاع و منتصف $\overline{بجـ}$ ، مساحة متوازي أبجـء = ١٠٠ سم²

أوجد بالبرهان مساحة △هـبو

البرهان

∵ أبجـء متوازي أضلاع

∴ أء // بجـ

∴ م△هـبجـ = ½ م▱أبجـء

يشتركان في القاعدة $\overline{بجـ}$

∴ م△هـبجـ = ½ × ١٠٠ = ٥٠ سم²

∵ و منتصف بجـ

∴ هـو متوسط

∴ م△وهـب = م△وهـجـ

= ٥٠ ÷ ٢ = ٢٥ سم²

---

١٢ ء منتصف $\overline{بجـ}$

أثبت أن: مساحة △أبهـ = مساحة △أجـهـ

البرهان

في △أبجـ

∵ ء منتصف بجـ

∴ أء متوسط في △أبجـ

∴ م△أءب = م△أءجـ ①

في △هـبجـ:

∵ ء منتصف $\overline{بجـ}$

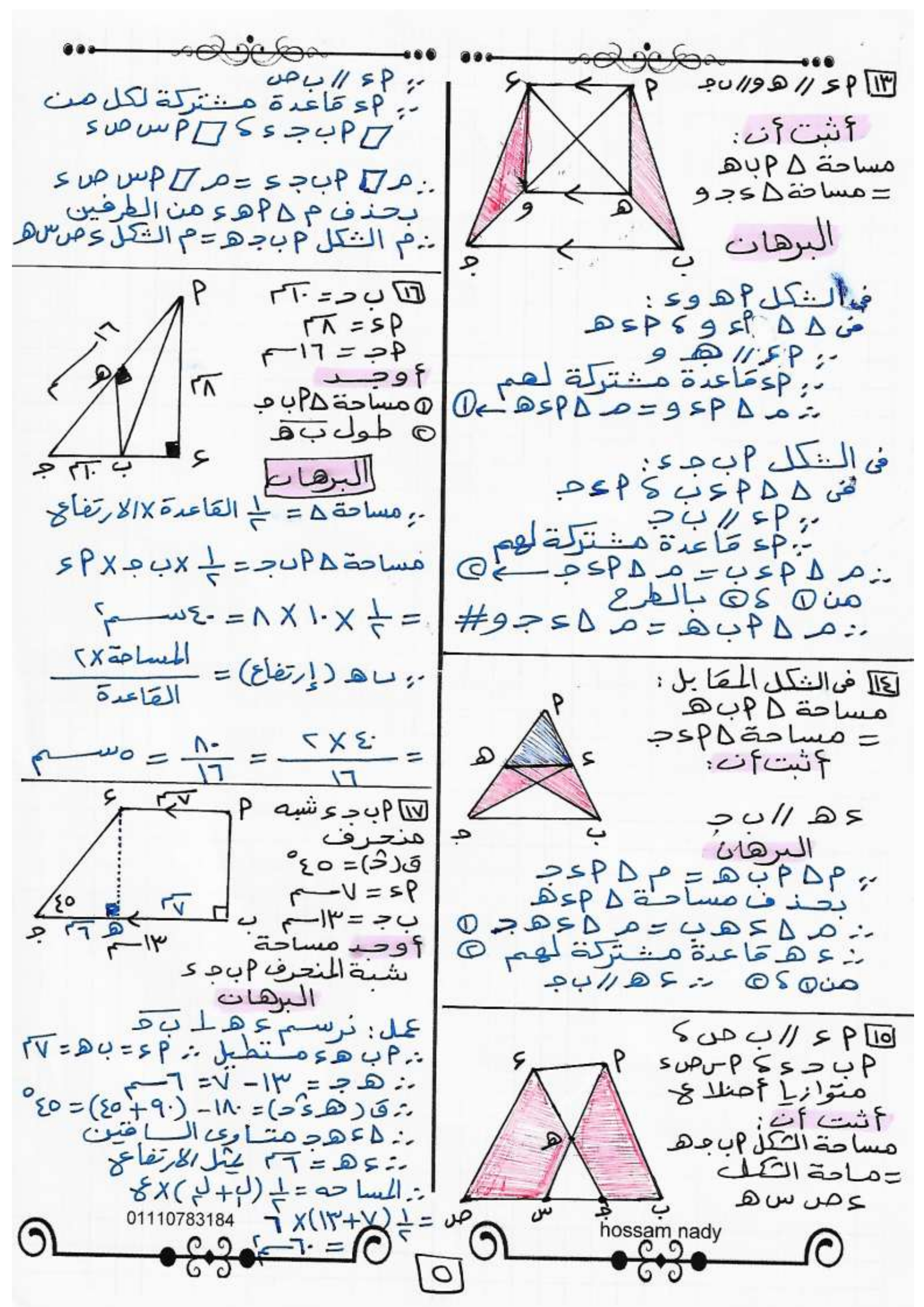
∴ هـء متوسط في △هـبجـ

∴ م△هـبء = م△هـءجـ ②

من ① و ② بالطرح

∴ م△أبهـ = م△أجـهـ

#



١٣ أ ء // هـ و // ب جـ

أثبت أن: مساحة △ أ ب هـ = مساحة △ ء جـ و

البرهان

في الشكل أ هـ و ء:
في △△ أ ء و ، أ ء هـ
∵ أ ء // هـ و
∵ أ ء قاعدة مشتركة لهم
∴ م △ أ ء و = م △ أ ء هـ ← ①

في الشكل أ ب جـ ء:
في △△ أ ء ب ، أ ء جـ
∵ أ ء // ب جـ
∵ أ ء قاعدة مشتركة لهم
∴ م △ أ ء ب = م △ أ ء جـ ← ②
من ① ، ② بالطرح
∴ م △ أ ب هـ = م △ ء جـ و #

١٤ في الشكل المقابل: مساحة △ أ ب هـ = مساحة △ أ ء جـ
أثبت أن: ء هـ // ب جـ

البرهان
∵ م △ أ ب هـ = م △ أ ء جـ
بحذف مساحة △ أ ء هـ
∴ م △ ء هـ ب = م △ ء هـ جـ ①
∵ ء هـ قاعدة مشتركة لهم ②
من ① ، ② ∴ ء هـ // ب جـ

١٥ أ ء // ب ص ، أ ب جـ ء ، أ س ص ء متوازيا أضلاع
أثبت أن: مساحة الشكل أ ب جـ هـ = مساحة الشكل ء ص س هـ

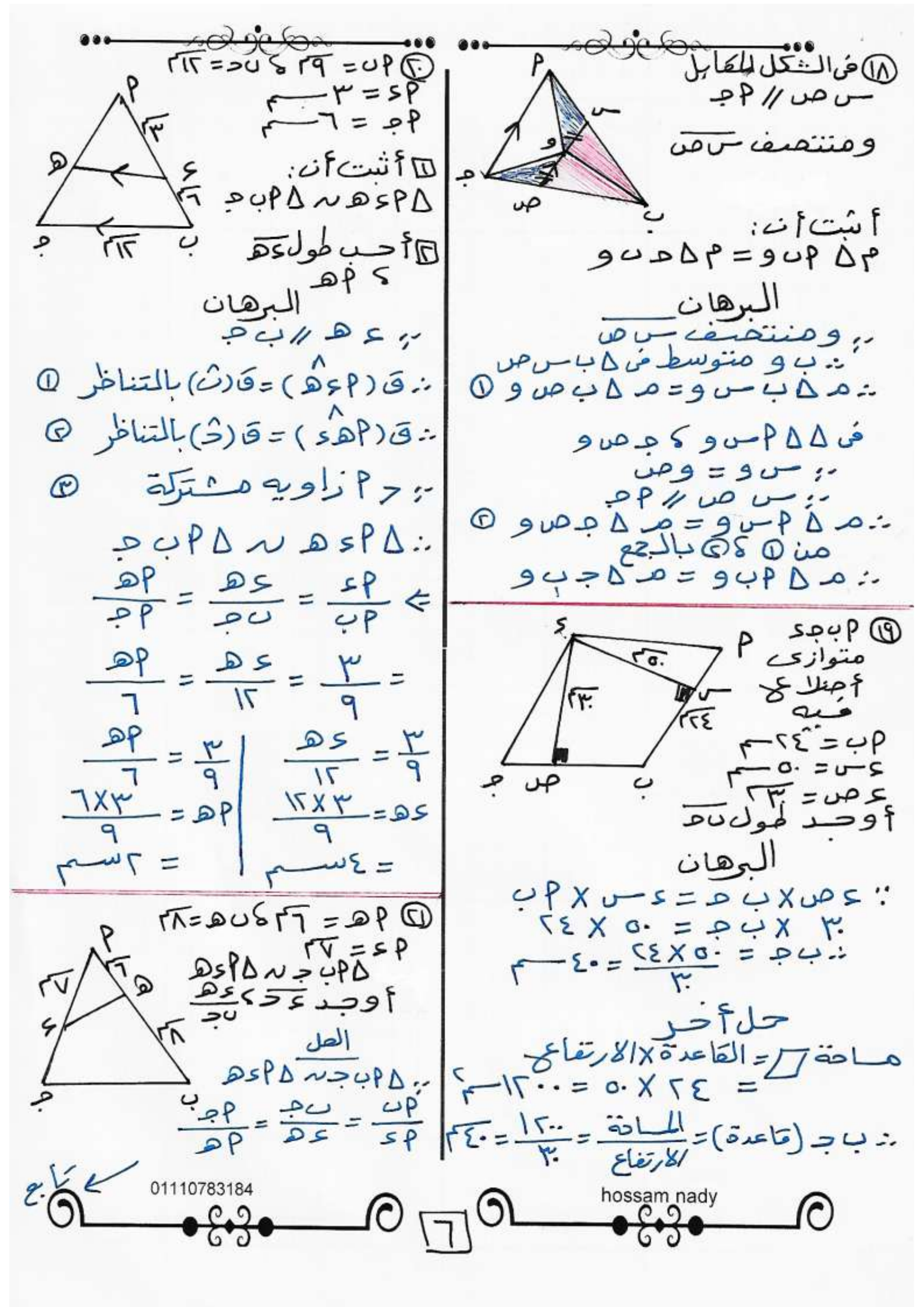
∵ أ ء // ب ص
∵ أ ء قاعدة مشتركة لكل من ▱ أ ب جـ ء ، ▱ أ س ص ء
∴ م ▱ أ ب جـ ء = م ▱ أ س ص ء
بحذف م △ أ هـ ء من الطرفين
∴ م الشكل أ ب جـ هـ = م الشكل ء ص س هـ

١٦ ب جـ = ١٠ سم ، أ ء = ٨ سم ، أ جـ = ١٦ سم
أوجد: ① مساحة △ أ ب جـ ② طول $\overline{ب هـ}$

البرهان
∵ مساحة △ = $\frac{1}{2}$ القاعدة × الارتفاع
مساحة △ أ ب جـ = $\frac{1}{2}$ × ب جـ × أ ء
= $\frac{1}{2}$ × ١٠ × ٨ = ٤٠ سم²
∵ ب هـ (إرتفاع) = $\frac{\text{المساحة} \times ٢}{\text{القاعدة}}$
= $\frac{٤٠ \times ٢}{١٦}$ = $\frac{٨٠}{١٦}$ = ٥ سم

١٧ أ ب جـ ء شبه منحرف ، ق(∠جـ) = ٤٥° ، أ ء = ٧ سم ، ب جـ = ١٣ سم
أوجد مساحة شبه المنحرف أ ب جـ ء

البرهان
عمل: نرسم ء هـ ⊥ ب جـ
∴ أ ب هـ ء مستطيل ∴ أ ء = ب هـ = ٧ سم
∴ هـ جـ = ١٣ − ٧ = ٦ سم
∴ ق(∠هـ ء جـ) = ١٨٠ − (٩٠ + ٤٥) = ٤٥°
∴ △ ء هـ جـ متساوي الساقين
∴ ء هـ = ٦ سم يمثل الارتفاع
∴ المساحة = $\frac{1}{2}$ (ق$_1$ + ق$_2$) × ع
= $\frac{1}{2}$ (٧ + ١٣) × ٦
= ٦٠ سم²



(18) في الشكل المقابل
س ص // أ ج
و منتصف $\overline{س ص}$
أثبت أن:
م △ أ ب و = م △ ج ب و

البرهان

∵ و منتصف $\overline{س ص}$
∴ $\overline{ب و}$ متوسط في △ ب س ص
∴ م △ ب س و = م △ ب ص و (1)

في △△ أ س و ، ج ص و
∵ س و = و ص
∵ س ص // أ ج
∴ م △ أ س و = م △ ج ص و (2)
من (1) ، (2) بالجمع
∴ م △ أ ب و = م △ ج ب و

(19) أ ب ج د متوازي أضلاع فيه
أ ب = 24 سم
د س = 50 سم
د ص = 30 سم
أوجد طول $\overline{ب ج}$

البرهان

∵ د ص × ب ج = د س × أ ب
30 × ب ج = 50 × 24
∴ ب ج = $\frac{50 \times 24}{30}$ = 40 سم

حل آخر

مساحة ▱ = القاعدة × الارتفاع
= 24 × 50 = 1200 سم²
∴ ب ج (قاعدة) = $\frac{\text{المساحة}}{\text{الارتفاع}}$ = $\frac{1200}{30}$ = 40 سم

(20) أ ب = 9 سم ، ب ج = 12 سم
أ د = 3 سم
أ ج = 6 سم
(1) أثبت أن:
△ أ د هـ ~ △ أ ب ج
(2) أحسب طول $\overline{د هـ}$ ، أ هـ

البرهان

∵ د هـ // ب ج
∴ ق(∠أ د هـ) = ق(∠ب) بالتناظر (1)
∴ ق(∠أ هـ د) = ق(∠ج) بالتناظر (2)
∵ ∠أ زاوية مشتركة (3)
∴ △ أ د هـ ~ △ أ ب ج

⇐ $\frac{أ د}{أ ب} = \frac{د هـ}{ب ج} = \frac{أ هـ}{أ ج}$

$= \frac{3}{9} = \frac{د هـ}{12} = \frac{أ هـ}{6}$

$\frac{3}{9} = \frac{د هـ}{12}$ | $\frac{3}{9} = \frac{أ هـ}{6}$

د هـ = $\frac{12 \times 3}{9}$ | أ هـ = $\frac{6 \times 3}{9}$

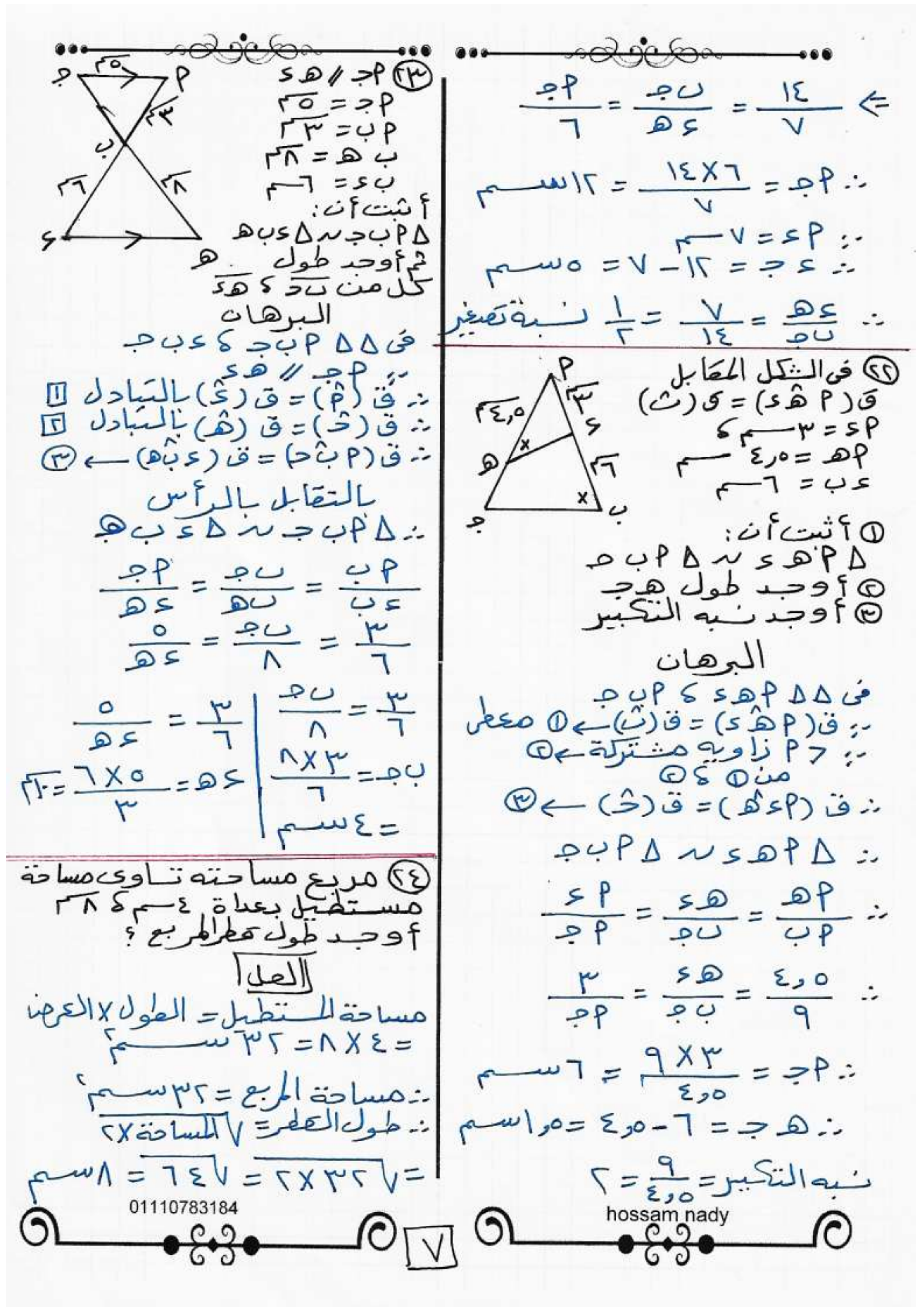
= 4 سم | = 2 سم

(21) أ هـ = 36 سم ، ب هـ = 28 سم
أ د = 27 سم
△ أ ب ج ~ △ أ د هـ
أوجد د ج ، $\frac{د هـ}{ب ج}$

الحل

∵ △ أ ب ج ~ △ أ د هـ
$\frac{أ ب}{أ د} = \frac{ب ج}{د هـ} = \frac{أ ج}{أ هـ}$

تابع



⇐ ١٤ / ٧ = ب ج / ء هـ = أ ج / ٦

∴ أ ج = (١٤ × ٦) / ٧ = ١٢ سم

∵ أ ء = ٧ سم

∴ ء ج = ١٢ − ٧ = ٥ سم

∴ ء هـ / ب ج = ٧ / ١٤ = ١ / ٢ نسبة تصغير

---

٢٢) في الشكل المقابل
ق(أ هـ ء) = ق(ب)
أ ء = ٣ سم ،
أ هـ = ٤,٥ سم
ء ب = ٦ سم

① أثبت أن:
△ أ هـ ء ~ △ أ ب ج
② أوجد طول هـ ج
③ أوجد نسبة التكبير

البرهان

في △△ أ هـ ء ، أ ب ج
∵ ق(أ هـ ء) = ق(ب) ← ① معطى
∵ ∠ أ زاوية مشتركة ← ②
من ① ، ②
∴ ق(أ ء هـ) = ق(ج) ← ③

∴ △ أ هـ ء ~ △ أ ب ج

∴ أ هـ / أ ب = هـ ء / ب ج = أ ء / أ ج

∴ ٤,٥ / ٩ = هـ ء / ب ج = ٣ / أ ج

∴ أ ج = (٣ × ٩) / ٤,٥ = ٦ سم

∴ هـ ج = ٦ − ٤,٥ = ١,٥ سم

نسبة التكبير = ٩ / ٤,٥ = ٢

---

٢٣) أ ج // هـ ء
أ ج = ٥ سم
أ ب = ٣ سم
ب هـ = ٨ سم
ب ء = ٦ سم
أثبت أن:
△ أ ب ج ~ △ ء ب هـ
ثم أوجد طول كل من ب ج ، ء هـ

البرهان

في △△ أ ب ج ، ء ب هـ
∵ أ ج // هـ ء
∴ ق(أ) = ق(ء) بالتبادل ①
∴ ق(ج) = ق(هـ) بالتبادل ②
∴ ق(أ ب ج) = ق(ء ب هـ) ← ③ بالتقابل بالرأس

∴ △ أ ب ج ~ △ ء ب هـ

أ ب / ء ب = ب ج / ب هـ = أ ج / ء هـ

٣ / ٦ = ب ج / ٨ = ٥ / ء هـ

٣ / ٦ = ب ج / ٨
ب ج = (٣ × ٨) / ٦ = ٤ سم

٣ / ٦ = ٥ / ء هـ
ء هـ = (٥ × ٦) / ٣ = ١٠ سم

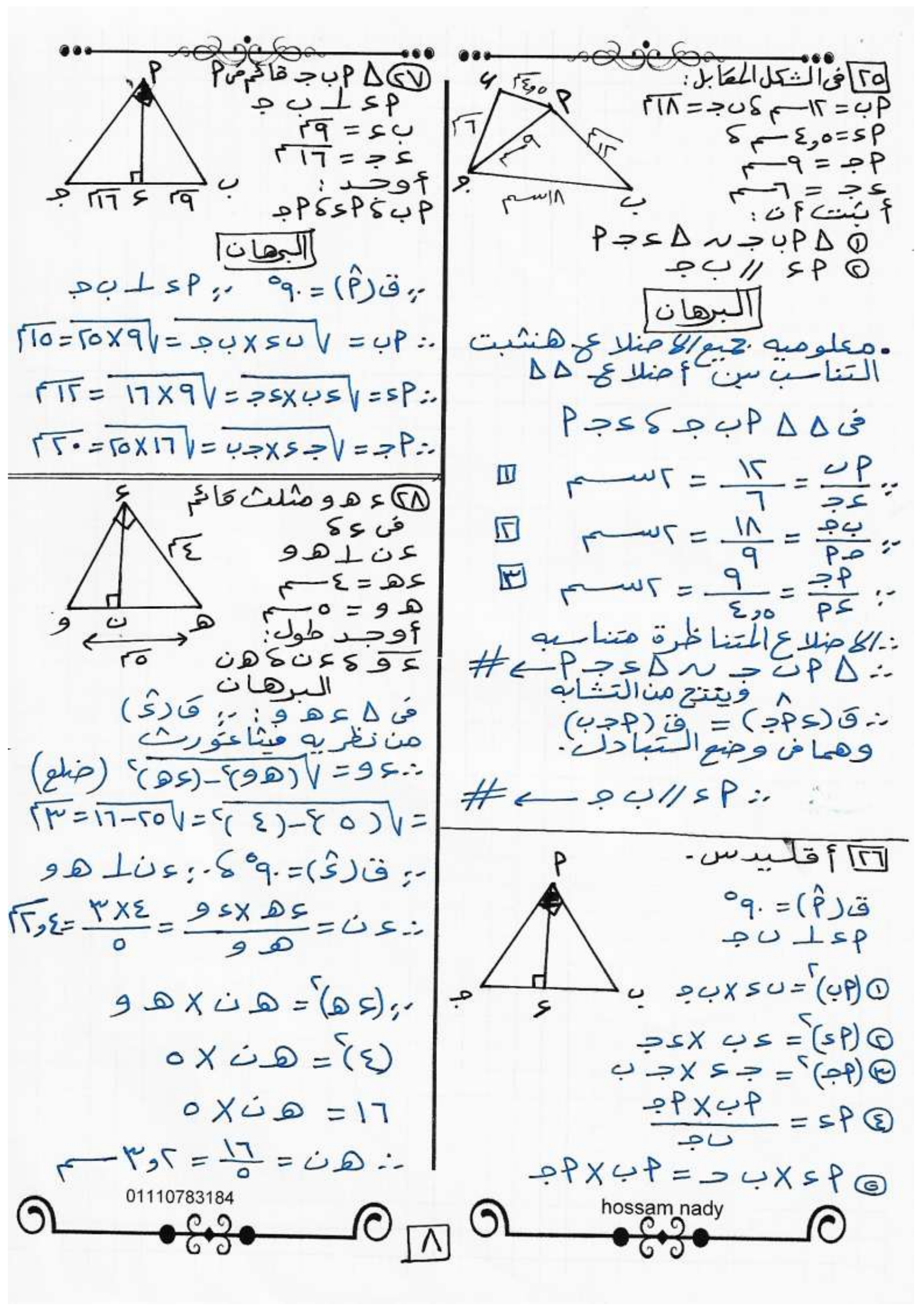
---

٢٤) مربع مساحته تساوي مساحة مستطيل بعداه ٤ سم ، ٨ سم أوجد طول قطر المربع؟

الحل

مساحة المستطيل = الطول × العرض
= ٤ × ٨ = ٣٢ سم²

∴ مساحة المربع = ٣٢ سم²
∴ طول القطر = √(المساحة × ٢)
= √(٣٢ × ٢) = √٦٤ = ٨ سم



(25) في الشكل المقابل:

أب = 12 سم ، ب جـ = 18 سم

أد = 4.5 سم ،

أجـ = 9 سم

د جـ = 6 سم

أثبت أن:

① △ أ ب جـ ~ △ د جـ أ

② أد // ب جـ

البرهان

• معلوميه جميع الاضلاع هنثبت التناسب بين أضلاع △△

في △△ أ ب جـ ، د جـ أ

∵ $\frac{أب}{د جـ} = \frac{12}{6} = 2$ سم (1)

∵ $\frac{ب جـ}{جـ أ} = \frac{18}{9} = 2$ سم (2)

∵ $\frac{أ جـ}{أ د} = \frac{9}{4.5} = 2$ سم (3)

∴ الاضلاع المتناظرة متناسبة

∴ △ أ ب جـ ~ △ د جـ أ #

وينتج من التشابه

∴ ق(∠د أ جـ) = ق(∠أ جـ ب)

وهما في وضع التبادل.

∴ أد // ب جـ #

(26) إقليدس.

ق(∠أ) = 90°

أد ⊥ ب جـ

① $(أب)^2$ = ب د × ب جـ

② $(أد)^2$ = د ب × د جـ

③ $(أجـ)^2$ = جـ د × جـ ب

④ أد = $\frac{أب \times أجـ}{ب جـ}$

⑤ أد × ب جـ = أب × أجـ

(27) △ أ ب جـ قائم في أ

أد ⊥ ب جـ

ب د = 9 سم

د جـ = 16 سم

أوجد: أب ، أد ، أجـ

البرهان

∵ ق(∠أ) = 90° ، ∵ أد ⊥ ب جـ

∴ أب = $\sqrt{ب د \times ب جـ} = \sqrt{9 \times 25} = 15$ سم

∴ أد = $\sqrt{د ب \times د جـ} = \sqrt{9 \times 16} = 12$ سم

∴ أجـ = $\sqrt{جـ د \times جـ ب} = \sqrt{16 \times 25} = 20$ سم

(28) د هـ و مثلث قائم في د

د ن ⊥ هـ و

د هـ = 4 سم

هـ و = 5 سم

أوجد طول: د و ، د ن ، هـ ن

البرهان

في △ د هـ و ؛ ∵ ق(∠د) من نظرية فيثاغورث

∴ د و = $\sqrt{(هـ و)^2 - (د هـ)^2}$ (ضلع)

= $\sqrt{(5)^2 - (4)^2} = \sqrt{25 - 16} = 3$ سم

∵ ق(∠د) = 90° ، ∵ د ن ⊥ هـ و

∴ د ن = $\frac{د هـ \times د و}{هـ و} = \frac{4 \times 3}{5} = 2.4$ سم

∵ $(د هـ)^2$ = هـ ن × هـ و

$(4)^2$ = هـ ن × 5

16 = هـ ن × 5

∴ هـ ن = $\frac{16}{5}$ = 3.2 سم

[29] أوجد

① طول $\overline{ب جـ}$

② طول مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{ب جـ}$

③ طول $\overline{أ ء}$

(أ ب = 6 سم ، أ جـ = 8 سم ، $\overline{أ ء} \perp \overline{ب جـ}$)

البرهان

①
∵ ق($\hat{أ}$) = 90°

∴ ب جـ = $\sqrt{(أ ب)^2 + (أ جـ)^2}$

= $\sqrt{(6)^2 + (8)^2} = \sqrt{100} = 10$ سم

② طول مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overline{ب جـ}$ = ء ب

∴ المطلوب هو ب ء

∵ ق($\hat{أ}$) = 90° ، أ ء ⊥ ب جـ

∴ $(أ ب)^2$ = ب ء × ب جـ

36 = ب ء × 10

∴ ب ء = $\frac{36}{10}$ = 3.6

③ طول أ ء = $\frac{أ ب \times أ جـ}{ب جـ} = \frac{6 \times 8}{10}$ = 4.8 سم

---

[30] أثبت أن: ق($\widehat{أ جـ ء}$) = 90°

(أ ب = 3 سم ، ب جـ = 4 سم ، ء جـ = 12 سم ، أ ء = 13 سم)

البرهان

في △ أ ب جـ:

∵ ق($\hat{ب}$) = 90°

∴ أ جـ = $\sqrt{(3)^2 + (4)^2}$ = 5 سم

في △ أ ء جـ:

∵ أطول ضلع في المثلث أ ء

∴ $(أ ء)^2 = (13)^2 = 169$

∴ $(أ جـ)^2 + (ء جـ)^2 = 25 + 144 = 169$

∴ $(أ ء)^2 = (أ جـ)^2 + (ء جـ)^2$

∴ ق($\widehat{أ جـ ء}$) = 90°

---

[31] شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة 30 سم والنسبة بين طولي قاعدتيه المتوازيتين 2 : 3 أوجد طول كل منهما وإذا كان ارتفاعه 24 سم أوجد مساحته

الحل

نفرض أن طولا القاعدتين 2س ، 3س

$ل_1$ = 2س ، $ل_2$ = 3س

∵ القاعدة المتوسطة = $\frac{1}{2}(ل_1 + ل_2)$

⇐ 30 = $\frac{1}{2}$(2س + 3س)

60 = 5س ⇐ س = $\frac{60}{5}$ = 12

∴ $ل_1$ = 2س = 2 × 12 = 24 سم

∴ $ل_2$ = 3س = 3 × 12 = 36 سم

∴ المساحة = $\frac{1}{2}(ل_1 + ل_2)$ × ع

= $\frac{1}{2}$(24 + 36) × 24 = 720 سم²

---

[32] أ س = 2 سم

ب س = 4 سم

أوجد طول $\overline{س جـ}$ ، أ ب

البرهان

∵ ق($\hat{ب}$) = 90° ، ب س ⊥ أ جـ

∴ $(ب س)^2$ = س أ × س جـ

$(4)^2$ = 2 × س جـ

16 = 2 × س جـ

∴ س جـ = 16 ÷ 2 = 8 سم

∴ $(أ ب)^2$ = أ س × أ جـ

= 2 × 10 = 20

∴ أ ب = $\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$ سم

---

[33] مربع طول قطره 10 سم فإن مساحته = ---- سم²

= $\frac{1}{2}$ × 10 × 10 = 50 سم²

(٣٤) ① $(أج)^2 + (أب)^2 = (بج)^2$
∆ قائم فى أ

② $(أب)^2 > (أج)^2 + (بج)^2$
∆ منفرج فى ج

③ $(بج)^2 < (أب)^2 + (أج)^2$
∆ حاد الزوايا

مثال: أب = ٦ سم ، ب ج = ٨ سم ، ج أ = ٩ سم حدد نوع المثلث أ ب ج بالنسبة لزواياه

الحل

∵ ج أ أكبر ضلع فى المثلث
∴ $(ج أ)^2 = (٩)^2 = ٩ \times ٩ = ٨١$
∵ $(أب)^2 + (ب ج)^2 = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠$
∴ $(ج أ)^2 < (أب)^2 + (ب ج)^2$
∴ ∆ حاد الزوايا

---

(٣٥) أ ء = ٦ سم
ب ء = ٣ سم
ء ج = ١٢ سم
أ ء ⊥ ب ج
أثبت أن: ق(∠ ب أ ج) = ٩٠°

البرهان

فى ∆ أ ب ء : ∵ ق(ءˆ) = ٩٠°
∴ $(أب) = \sqrt{(٣)^2 + (٦)^2} = \sqrt{٤٥}$
∴ $(أب)^2 = ٤٥$ ← ①
فى ∆ أ ء ج : ق(ءˆ) = ٩٠°
∴ $(أج) = \sqrt{(٦)^2 + (١٢)^2} = \sqrt{١٨٠}$
∴ $(أ ج)^2 = ١٨٠$
∵ $(ب ج)^2 = (١٥)^2 = ٢٢٥$
∴ $(ب ج)^2 = (أب)^2 + (أج)^2$
٢٢٥ = ٤٥ + ٢٢٥
∴ ق(ب أˆ ج) = ٩٠

---

(٣٦) حدد نوع ∆ أ ب ج حيث أب = ٢٨ سم ، ب ج = ٢١ سم ، أ ج = ٣٥ سم

---

(٣٧) ① أوجد طول $\overline{أهـ}$
② أثبت أن: ق(أ ءˆ ج) = ٩٠°
③ أوجد طول مسقط $\overline{أء}$ على $\overleftrightarrow{أج}$

البرهان

فى ∆ أ ب ج ∵ ق(بˆ) = ٩٠°
∴ $أ ج = \sqrt{(٧)^2 + (٢٤)^2} = ٢٥$ سم ← ①

فى ∆ أ ء ج :
∵ أكبر ضلع فى المثلث أ ج
∴ $(أج)^2 = (٢٥)^2 = ٦٢٥$
∴ $(أء)^2 + (ء ج)^2 = ٢٢٥ + ٤٠٠ = ٦٢٥$
∴ $(أج)^2 = (أء)^2 + (ء ج)^2$
∴ ق(أ ءˆ ج) = ٩٠° ← ②

طول مسقط $\overline{أء}$ على $\overleftrightarrow{أج}$ = أ هـ
∵ $أهـ = \frac{(أء)^2}{أج} = \frac{٢٢٥}{٢٥} = ٩$ سم

قوانين الأشكال الهندسية

١ المربع :

① مساحة المربع = طول الضلع × نفسه = $ل^٢$
② مساحة المربع = $\frac{١}{٢}$ مربع قطره = $\frac{١}{٢}$ $ر^٢$
③ طول ضلع المربع = $\sqrt{\text{المساحة}}$
④ طول ضلع المربع = المحيط ÷ ٤
⑤ طول قطر المربع = $\sqrt{\text{المساحة} \times ٢}$
⑥ القطران متعامدان ومتساويان في الطول

٢ المستطيل :

① مساحة = الطول × العرض = س × ص
② محيط = (الطول + العرض) × ٢
③ الطول = $\frac{\text{المساحة}}{\text{العرض}}$ ، العرض = $\frac{\text{المساحة}}{\text{الطول}}$
④ الطول = $\frac{١}{٢}$ المحيط − العرض.
⑤ العرض = $\frac{١}{٢}$ المحيط − الطول.
⑥ طول القطر = $\sqrt{(\text{الطول})^٢ + (\text{العرض})^٢}$

٣ المعين :

① مساحة = طول الضلع × الارتفاع = ل × ع
② مساحة = $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب القطرين = $\frac{١}{٢}$ $ر_١ \times ر_٢$
③ طول الضلع = المساحة ÷ الارتفاع
④ الارتفاع = المساحة ÷ طول الضلع
⑤ طول قطر المعين = $\frac{\text{المساحة} \times ٢}{\text{القطر المعلوم}}$
⑥ القطران متعامدان وغير متساويان

٤ شبه المنحرف (هام جداً)

① في شبه المنحرف المتساوي الساقين القطران متساويان في الطول
② عدد محاور تماثل شبه المنحرف المتساوي الساقين = ١
③ عدد محاور تماثل شبه المنحرف = صفر
④ القاعدة المتوسطة = $\frac{١}{٢}$ مجموع القاعدتين المتوازيتان = $\frac{١}{٢}$ $(ل_١ + ل_٢)$
⑤ مساحة شبه المنحرف = القاعدة المتوسطة × الارتفاع = $\frac{١}{٢}$ $(ل_١ + ل_٢) \times ع$
⑥ الارتفاع = $\frac{\text{مساحة شبه المنحرف}}{\text{القاعدة المتوسطة}}$
⑦ القاعدة المتوسطة = $\frac{\text{مساحة شبه المنحرف}}{\text{الارتفاع}}$
⑧ الارتفاع = $\frac{\text{مساحة شبه المنحرف} \times ٢}{\text{مجموع القاعدتين}}$
⑨ طول أحد قاعدتيه = $\frac{\text{مساحة شبه المنحرف} \times ٢}{\text{الارتفاع}}$ − القاعدة المعلومة

⑤ المثلث

① مساحة Δ = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الارتفاع
② الارتفاع = $\frac{\text{المساحة } \Delta \times ٢}{\text{القاعدة}}$
③ القاعدة = $\frac{\text{المساحة } \Delta \times ٢}{\text{الارتفاع}}$

الأسئلة الموضوعية

① مسقط نقطة على مستقيم هو نقطة

② مسقط نقطة تنتمي لمستقيم على هذا المستقيم هو نفس النقطة.

③ مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم هو قطعة مستقيمة

④ مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم هو نقطة

⑤ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم ≤ القطعة الأصلية

⑥ طول مسقط قطعة مستقيمة موازية لمستقيم معلوم ...... = القطعة نفسها

⑦ طول مسقط قطعة مستقيمة عمودية على مستقيم معلوم = صفر لأن النقطة ليس لها طول.

⑧ معين طولا قطريه ٦ سم، ١٠ سم تكون مساحته = ---- سم²

المساحة = ½ ق١ × ق٢ = ½ × ٦ × ١٠ = ٣٠ سم²

⑨ مربع محيطه ٢٠ سم تكون مساحته = --- سم²

طول الضلع = ٢٠ ÷ ٤ = ٥ سم

المساحة = ٥ × ٥ = ٢٥ سم²

⑩ شبه منحرف مساحته ١٠٠ سم² وارتفاعه ٥ سم فإن طول قاعدته المتوسطة = --- سم

القاعدة المتوسطة = المساحة ÷ الارتفاع = ١٠٠ ÷ ٥ = ٢٠ سم

⑪ مربع طول قطره ١٢ سم تكون مساحته = --- سم²

المساحة = ½ ق² = ½ × ١٢ × ١٢ = ٧٢ سم²

⑫ مربع مساحته ٥٠ سم² فإن طول قطره = ---- سم

طول القطر = √(المساحة × ٢)

= √(٥٠ × ٢) = √١٠٠ = ١٠ سم

⑬ معين محيطه ٤٠ سم وطول أحد قطريه ١٢ سم يكون طول القطر الآخر = --- سم

مساحته = --- سم²

الحل

(أ، ب، م، ٦، ٦، ١٠)

طول الضلع = ٤٠ ÷ ٤ = ١٠ سم

∴ أم = √((١٠)² − (٦)²)

= ٨ سم

∴ القطر الآخر = ٨ + ٨ = ١٦ سم

المساحة = ½ ق١ × ق٢ = ½ × ١٢ × ١٦

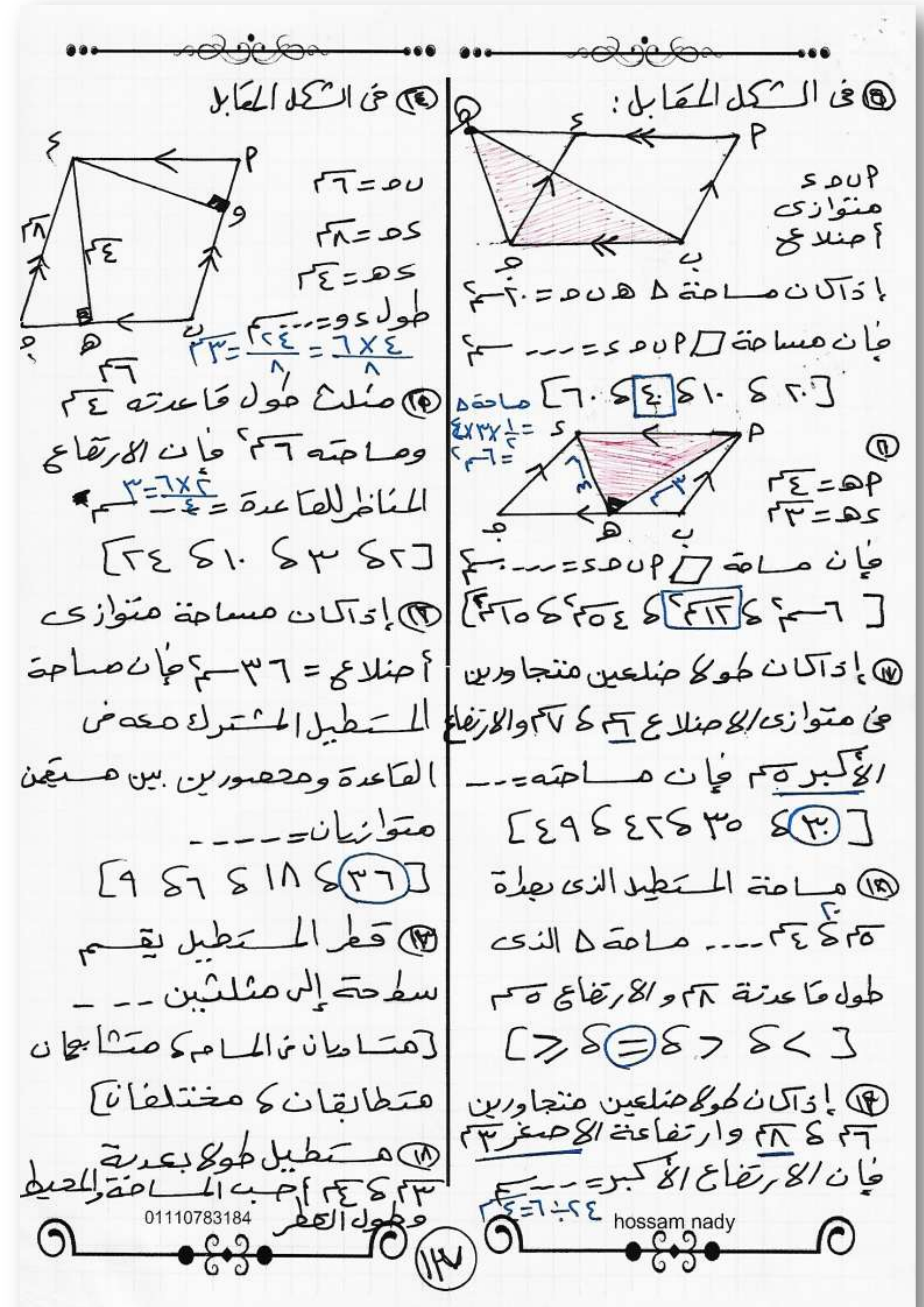
= ٩٦ سم²

⑭ معين طولا قطريه ٦ سم، ٨ سم وارتفاعه ٤,٨ سم فإن طول ضلعه = --- سم

المساحة = ½ × ٦ × ٨ = ٢٤ سم²

طول الضلع = المساحة ÷ الارتفاع

= ٢٤ ÷ ٤,٨ = ٥ سم



(١٥) في الشكل المقابل:

أ ب جـ د متوازي أضلاع

إذا كان مساحة Δ هـ ب جـ = ٢٠ سم²

فإن مساحة ▱ أ ب جـ د = ... سم²

[٢٠ ، ١٠ ، ٤٠ ، ٦٠]

(١٦)

أ هـ = ٤ سم

د هـ = ٣ سم

مساحة Δ = ½ × ٣ × ٤ = ٦ سم²

فإن مساحة ▱ أ ب جـ د = ... سم²

[٦ سم² ، ١٢ سم² ، ٢٤ سم² ، ٣٥ سم²]

(١٧) إذا كان طولا ضلعين متجاورين في متوازي الأضلاع ٦ سم ، ٧ سم والارتفاع الأكبر ٥ سم فإن مساحته = ...

[٣٠ ، ٣٥ ، ٤٢ ، ٤٩]

(١٨) مساحة المستطيل الذي بعداه ٥ سم ، ٤ سم ...... مساحة Δ الذي طول قاعدته ٨ سم والارتفاع ٥ سم

[< ، > ، = ، ≥]

(١٩) إذا كان طولا ضلعين متجاورين ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه الأصغر ٣ سم فإن الارتفاع الأكبر = ...

٢٤ ÷ ٦ = ٤ سم

(٢٠) في الشكل المقابل

ب جـ = ٦ سم

د جـ = ٨ سم

د هـ = ٤ سم

طول د و = ... سم

$\frac{4 \times 6}{8} = \frac{24}{8} = 3$ سم

(٢١) مثلث طول قاعدته ٤ سم ومساحته ٦ سم² فإن الارتفاع المناظر للقاعدة = ... سم

$\frac{2 \times 6}{4} = 3$

[٢ ، ٣ ، ١٠ ، ٢٤]

(٢٢) إذا كان مساحة متوازي أضلاع = ٣٦ سم² فإن مساحة المستطيل المشترك معه في القاعدة ومحصورين بين مستقيمين متوازيين = ...

[٣٦ ، ١٨ ، ٦ ، ٩]

(٢٣) قطر المستطيل يقسم سطحه إلى مثلثين ......

[متساويان في المساحة ، متشابهان ، متطابقان ، مختلفان]

(٢٤) مستطيل طولا بعديه ٣ سم ، ٤ سم أحسب المساحة والمحيط وطول القطر

01110783184

hossam nady

١٩ المضلعان المشابهان لثالث متشابهان

٢٠ إذا كان س ص ⊥ ص ع فإن مسقط س ص على ص ع هو النقطة ص

٢١ قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوي الأضلاع = ١٢٠°

٢٢ في Δ س ص ع إذا كان: (ص س)^2 + (ص ع)^2 > (س ع)^2 فإن زاوية ص تكون حادة

٢٣ المثلث الذي أطوال أضلاعه: ٦سم ، ٨سم ، ١٠سم يكون مساحته = ½ × ٦ × ٨ = ٢٤سم^2

٢٤ إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين تساوي ١ فإن المثلثين متطابقان

٢٥ الزاويتان المتكاملتان مجموعهم ١٨٠°

٢٦ الزاويتان المتتامتان مجموعهم ٩٠°

٢٧ Δ س ص ع فيه: ق(∠ع) = ٥٠°

(س ع)^2 = (س ص)^2 + (ص ع)^2 فإن

ق(∠س) = ١٨٠ - (٩٠ + ٥٠) = ٤٠°

٢٨ المضلعان المتشابهان زواياهما المتناظرة متساوية في القياس والأضلاع المتناظرة متناسبة

٢٩ مثلث طول قاعدته ١٢سم ومساحته ٤٨ سم^2 يكون ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة = ... سم

= المساحة×٢ / القاعدة = ٤٨×٢ / ١٢ = ٨ سم

٣٠ أ ب ج د متوازي أضلاع فيه (٦٠ ، ١٢٠ ، ٦٠ ، ١٢٠)

ق(∠أ) = ٦٠° فإن ق(∠ب) = ١٢٠°

٣١ عدد أقطار الخماسي ----

= ١+٢+٣+٤-٥ = ٥

٣٢ عدد أقطار السداسي ----

= ١+٢+٣+٤+٥-٦ = ٩

٣٣ عدد محاور تماثل المربع ٤ ، المعين ٢ ، المستطيل ٢ ، شبه المنحرف متساوي الساقين ١ ، شبه المنحرف صفر ، متوازي الأضلاع صفر ، مثلث متساوي الأضلاع ٣ ، مثلث متساوي الساقين ١ ، مثلث مختلف الأضلاع صفر

٣٤ النسبة بين مساحة متوازي الأضلاع ومساحة المثلث المشترك معه في القاعدة ومحصور بين مستقيمين متوازيين ٢ : ١

٣٥ أ ب ج Δ فيه: (أ ج)^2 > (أ ب)^2 + (ب ج)^2

فتكون أ حادة لأن Δ منفرج في ب

٣٦ مسقط النقطة (٥ ، -٤) على محور السينات هو النقطة (٥ ، ٠) -----

. تسقط على السينات ← ص = ٠

. تسقط على الصادات ← س = ٠

٣٧ جميع المضلعات المنتظمة التي لها نفس العدد من الأضلاع متشابهة

٣٨ كل المربعات متشابهة

٣٩ معين مساحته ٤٢ سم^2 طول أحد قطريه ١٢سم فإن طول قطره الآخر = المساحة×٢ / القطر المعلوم = ٤٢×٢ / ١٢ = ٧سم

[٤٠] مستطيل محيطه ٢٨ سم وطوله ٨ سم
فإن طول قطره = ---- سم

الحل

العرض = $\frac{1}{2}$ المحيط - الطول = ١٤ - ٨ = ٦ سم

طول القطر = $\sqrt{(\text{الطول})^2 + (\text{العرض})^2}$

= $\sqrt{(٦)^2 + (٨)^2} = \sqrt{١٠٠} = ١٠$ سم

[٤١] شبه منحرف ارتفاعه ٥ سم ومساحته ٧٥ سم² فإن طول قاعدته المتوسطه = ---- سم

طول القاعدة المتوسطه = المساحة ÷ الارتفاع
= ٧٥ ÷ ٥ = ١٥ سم

[٤٢] فى المثلث القائم الزاويه مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعى القائمه تساوى مساحة المستطيل الذى بعداه طول مسقط هذا الضلع على الوتر وطول الوتر

[٤٣] إذا كان $\overline{أب}$ // $\overleftrightarrow{س ص}$ فطول مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{س ص}$ ---=--- طول $\overline{أب}$

[٤٤] إذا كانت النسبة بين ضلعين متناظرين فى مثلثين متشابهين = $\frac{٢}{٥}$ فإن النسبه بين محيطيهما $\frac{٢}{٥}$

[٤٥] طول مسقط نقطه على مستقيم = صفر

[٤٦] الزاوية الحادة تكمل منفرجه

[٤٧] الزاويه الحادة تتم حادة

[٤٨] الشكل الرباعى الذى مساحته تساوى نصف مربع طول قطره هو المربع

[٤٩] مساحة المعين الذى محيطه ٨ سم وارتفاعه ٣ سم = ---- سم²

طول الضلع = المحيط ÷ ٤ = ٨ ÷ ٤ = ٢ سم
المساحه المعين = طول الضلع × الارتفاع
= ٢ × ٣ = ٦ سم²

[٥٠] مجموع قياسات الزوايا المتجمعه حول نقطه = ٣٦٠°

[٥١] أ ب جـ ء متوازى أضلاع فيه أ ب = ٥ سم ، ب جـ = ١٠ سم والارتفاع الاصغر ٤ سم فإن الارتفاع الأكبر = ---- سم

المساحه = الارتفاع الاصغر × القاعدة الكبرى
= ١٠ × ٤ = ٤٠ سم²

الارتفاع الأكبر = $\frac{٤٠}{٥}$ = ٨ سم

[٥٢] ق(أ $\hat{جـ}$ ب) = ٤٥° فإن
ق(< أ جـ ب) المنعكسه = ٣٦٠ - ٤٥ = ٣١٥°

[٥٣] أ ب جـ ء متوازى أضلاع
مساحته ١٠٠ سم² ، هـ ∈ أ ء
فإن مساحة Δ هـ ب د = ٥٠ سم²

[٥٤] قطرا شبه المنحرف المتساوى الساقين متساويان فى الطول

[٥٥] إذا كانت أ ∈ $\overleftrightarrow{ل}$ فإن مسقط أ على $\overleftrightarrow{ل}$ هو نقطه أ

[٥٦] فى Δ س ص ع إذا كان:
$(\text{س ع})^2 = (\text{س ص})^2 + (\text{ص ع})^2$ فإن
ق(< ص) = ٩٠°

[٥٧] مسقط النقطه (-٣ ، ٥) على محور الصادات هى (٠ ، ٥)

٥٨ مسقط النقطه (٠، ٣٥) على محور الصادات هو النقطه (٠، ٣٥)

٥٩ فى Δ ا ب جـ إذا كان:
$(اجـ)^2 + (ب جـ)^2 = (اب)^2 - ٥$ فإن
∠ جـ تكون منفرجه
لاحظ: لأن $(اجـ)^2 + (ب جـ)^2 < (اب)^2$

٦٠ Δ ا ب جـ ≡ Δ س ص ع فإن
ا ب - س ص = صفر

٦١ ا ب جـ مثلث حاد الزوايا فيه
ا ب = ٣٦ ، ب جـ = ٣٨ فإن
طول ا جـ = ---- سم
[٢ ، ٦ ، ١٠ ، ١٤]

٦٢ قياس الزاويه المستقيمه = ١٨٠°

٦٣ Δ س ص ع يشابه Δ ء هـ و
، ق (ص) = ٥٠° فإن ق(∠هـ) = ٥٠°

٦٤ فى Δ ا ب جـ: ا ب + ب جـ .>. ا جـ

٦٥ الزاويه التى قياسها ١٣٠° تكملها
زاويه قياسها = ١٨٠ - ١٣٠ = ٥٠°

٦٦ متوسط المثلث يقسم
سطحه إلى مثلثين متساويان فى المساحة

٦٧ Δ ا ب جـ: $(اب)^2 + ٥ = (اجـ)^2 + (ب جـ)^2$
فإن ∠ جـ تكون حادة

٦٨ إذا كان مجموع مساحتى المربعين المنشأين على ضلعين فى مثلث يساوى مساحة المربع المنشأ على الضلع الثالث فإن الزاويه المقابلة لهذا الضلع تكون قائمة

٦٩ إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين ٣ : ٢ وكان طول أحد أضلاع المثلث الأكبر = ١٥سم فإن طول الضلع المناظر له فى المثلث الاخر = ---- سم

$\frac{٣}{٢} = \frac{١٥}{س}$

∴ $س = \frac{١٥ \times ٢}{٣} = ١٠$سم

٧٠ المثلثان المتساويان فى مساحتيهما والمرسومان على قاعدة واحدة منهما وفى جهة واحدة يكون رأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة

الجزء الأول

أولاً : أكمل ما يأتى :

١) مساحة المثلث الذى طوله قاعدته ١٠ سم وارتفاعه ٦ سم = ... سم^{٢} .

٢) المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة يكونان .... فى المساحة .

٣) مساحة المعين الذى طولا قطريه ١٢ سم ، ٨ سم = ... سم^{٢} .

٤) متوسط المثلث يقسمه إلى مثلين .... فى المساحة .

٥) مساحة شبه المنحرف الذى طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ١٠ سم ، وارتفاعه ٥ سم = ...

٦) المثلثان المتساويان فى المساحة والمرسومان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة منها ....

٧) سطحا متوازى الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصوران بين مستقيمين متوازيين ....

٨) متوسط المثلث يقسم سطحه إلى ....

٩) مساحة متوازى الأضلاع تساوى ....

١٠) المثلثات التى قواعدها متساوية فى الطول ومحصورة بين مستقيمين .... تكونان ....

١١) مساحة المعين الذى طولا قطريه س سم ، ص سم هى ....

١٢) مساحة المثلث القائم الزاوية الذى طولا ضلعى القائمة ٦ سم ، ٨ سم = ...

١٣) مساحة شبه المنحرف الذى طول قاعدته المتوسطة ٩ سم وارتفاعه ٦ سم = ...

١٤) زاويتا كل من قاعدتى شبه المنحرف متطابق الساقين ....

١٥) متوازى الأضلاع الذى طولا ضلعين متجاورين فيه ٩ سم ، ٦ سم وإرتفاعه الأصغر ٤ سم يكون ارتفاعه الأكبر = ...

١٦) ارتفاع شبه المنحرف الذى طولا قاعدتيه المتوازيتين ٥ سم ، ٧ سم ومساحته ٤٢ سم^{٢} = ...

١٧) مساحة المعين الذى محيطه٢٠ سم وارتفاعه ٤ سم = ...

١٨) المربع الذى مساحته ٥٠ سم^{٢} طول قطره يساوى .... سم .

١٩) طول ضلع المربع الذى مساحته تساوى مساحة مستطيل بعداه ٩ سم ، ١٦ سم = ...

٢٠) شبه منحرف ارتفاعه ٥ سم ومساحته ٣٠ سم^{٢} فإن طول قاعدته المتوسطة = ... سم

ثانيًا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) طول قاعدة المثلث الذى مساحته ٣٠ سم^{٢} وارتفاعه ٦ سم بالسنتيمترات :

أ) ٥ ب) ١٠ جـ) ١٥ د) ٢٠

٢) مساحة متوازى أضلاع الذى طولا ضلعين متجاورين فيه ٧ سم ، ٥ سم وطول ارتفاعه الأصغر ٤ سم بالسم^{٢} :

أ) ٣٥ ب) ٢٥ جـ) ٢٨ د) ٤٩

٣) مساحة شبه المنحرف الذى طول قاعدته المتوسطة ١٠ سم وارتفاعه ٨ سم بالسم^{٢} :

أ) ٨٠ ب) ٦٠ جـ) ٤٠ د) ٢٠

٤) الشكل الرباعى الذى مساحته تساوى نصف مربع قطره هو :

أ) متوازى الأضلاع ب) المستطيل جـ) المعين د) المربع

٥) قطرا شبه المنحرف المتطابق الساقين :

أ) يتطابقان ب) يتعامدان

جـ) ينصف كل منها الآخر د) يتوازيان

٦) مساحة المعين الذى طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم تساوى :

أ) ٢ سم^{٢} ب) ١٤ سم^{٢} جـ) ٢٤ سم^{٢} د) ٤٨ سم^{٢}

٧) النسبة بين مساحة متوازى الأضلاع ومساحة المثلث المشترك معه فى القاعدة والمحصوران بين مستقيمين متوازيين = ...

أ) ١ : ٢ ب) ١ : ٣ جـ) ٢ : ١ د) ٢ : ٣

٨) إذا كان مربع مساحته ١٨ سم^{٢} فإن طول قطره = ... سم .

أ) ٣٦ ب) ١٢ جـ) ٩ د) ٦

٩) المثلثان المتساويان فى المساحة والمرسومان على قاعدة واحدة يكون رأساهما على مستقيم :

أ) عمودى على القاعدة ب) ينصف القاعدة

جـ) يوازى القاعدة د) يقطع القاعدة

١٠) الشكل الرباعى الذى مساحته تساوى مربع طول ضلعه هو :

أ) متوازى الأضلاع ب) المستطيل جـ) المعين د) المربع

(١١) مساحة المستطيل الذى بعداه ٥ سم ، ٤ سم تساوى :

أ) ٩ سم^{٢} ب) ١٠ سم^{٢} جـ) ٢٠ سم^{٢} د) ٤٠ سم^{٢}

(١٢) طول ضلع المربع الذى مساحته تساوى مساحة متوازى أضلاع طول قاعدته ٨ سم والارتفاع المناظر لها ٤,٥ سم يساوى :

أ) ٦ سم ب) ١٣ سم جـ) ١٨ سم د) ٣٦ سم

(١٣) متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين :

أ) متطابقين ب) متساويين جـ) متساوى الساقين د) قائمة الزاوية

(١٤) محيط المربع الذى مساحته ٨١ سم^{٢} يساوى :

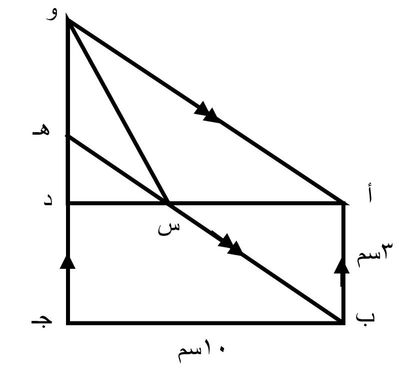
أ) ٢٤ سم ب) ٨ سم جـ) ٩ سم د) ٣٦ سم

(١٥) معين مساحته ٢٤ سم^{٢} وطول أحد قطريه ٦ سم فإن طول القطر الآخر يساوى :

أ) ٤ سم ب) ٨ سم جـ) ١٠ سم د) ١٢ سم

ثالثاً أسئلة إنتاج الإجابة :

(١) فى الشكل المقابل :

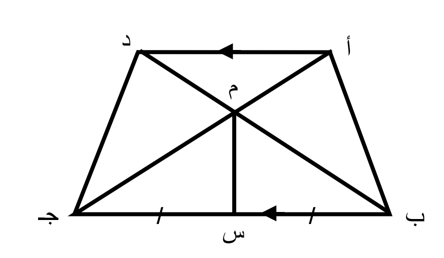


أ ب جـ د مستطيل

أ ب هـ و متوازى أضلاع ، أ ب = ٣ سم ،

ب جـ = ١٠ سم أوجد بالبرهان : مساحة ∆ أ س و

(٢) في الشكل المقابل :



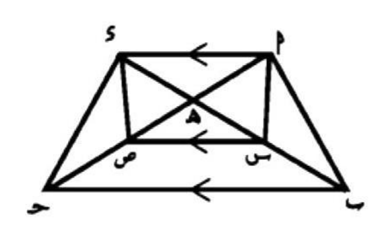
$\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، س منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$

أثبت أن :

أولاً: مساحة ∆ أ م ب = مساحة ∆ د م جـ

ثانيًا: مساحة الشكل أ ب س م = مساحة الشكل د جـ س م.

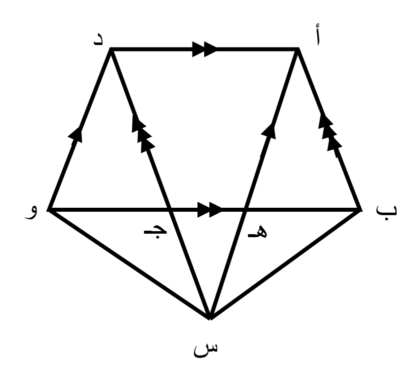
(٣) شبه منحرف مساحته ٨٨ سم^{٢} وارتفاعه ٨ سم وطول إحدى قاعدتيه ١٠ سم أوجد طول القاعدة الأخرى .



(٤) فى الشكل المقابل :

$\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، م (Δ أ س ب) = م (Δ د ص جـ)

أثبت أن : $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{أ د}}$



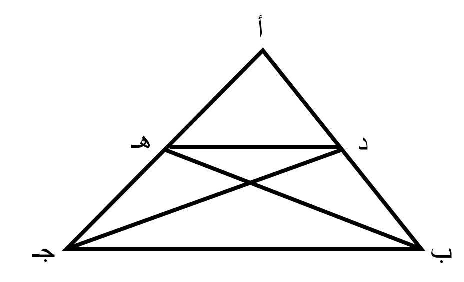
(٥) فى الشكل المقابل :

أ ب جـ د ، أ هـ و د متوازيا أضلاع

$\overleftarrow{\text{أ هـ}}$ ∩ $\overleftarrow{\text{د جـ}}$ = { س }

أثبت أن : م (Δ أ ب س) = م (Δ د و س)

(٦) قطعتا أرض متساويتان فى المساحة الأولى على شكل مربع والثانية على شكل شبه منحرف طول قاعدتيه المتوازيتين ٧ متر ، ١١ متر وارتفاعه ٤ متر . أوجد محيط قطعة الأرض المربعة .



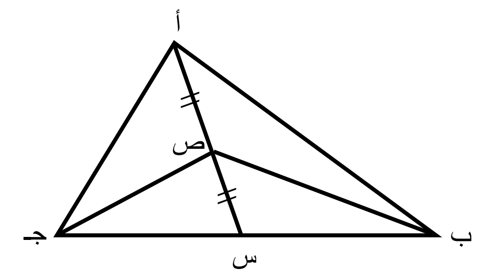
(٧) فى الشكل المقابل :

إذا كان م (Δ أ د جـ) = م (Δ أ هـ ب)

فأثبت أن : $\overline{\text{د هـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$



(٨) في الشكل المقابل :

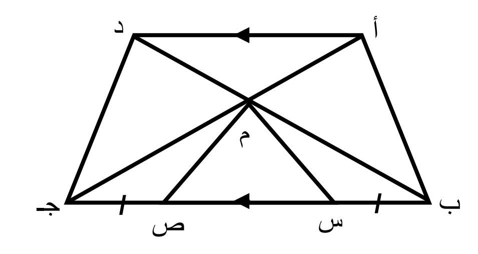


$\overline{\text{أ س}}$ متوسط في Δ أ ب جـ ،

ص ∋ $\overline{\text{أ س}}$ رسم $\overline{\text{ب ص}}$ ، $\overline{\text{جـ ص}}$

أثبت أن : م (Δ أ ب ص) = م (أ جـ ص)

(٩) فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ ∩ $\overline{\text{ب د}}$ = { م }

س ، ص ∋ $\overline{\text{ب جـ}}$ بحيث ب س = جـ ص

أثبت أن :

م (الشكل أ ب س م) = م (الشكل د جـ ص م)

(١٠) أ ب جـ د متوازى أضلاع فيه $\overline{\text{د هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{د و}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$ فإذا كان أ ب = ٤ سم ،

ب جـ = ٦ سم ، د هـ = ٣ سم . أوجد طول $\overline{\text{د و}}$





الجزء الثانى

أولاً : أكمل ما يأتى :

١) إذا كانت أ ب ⊥ ب جـ فإن مسقط أ جـ على ب جـ هو ....

٢) فى Δ أ ب جـ إذا كان (أ ب)^2 = (ب جـ)^2 + (أ جـ)^2 فإن ق (∠ ......) = ٩٠°

٣) المضلعان المشابهان لثالث ....

٤) يتشابه المثلثان إذا كانت زواياهما المتناظرة .... فى القياس .

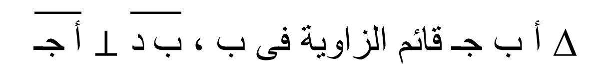
٥) Δ أ ب جـ قائم الزاوية فى ب فيه أ ب = ٥ سم ، ب جـ = ١٢ سم فإن أ جـ = ... سم.

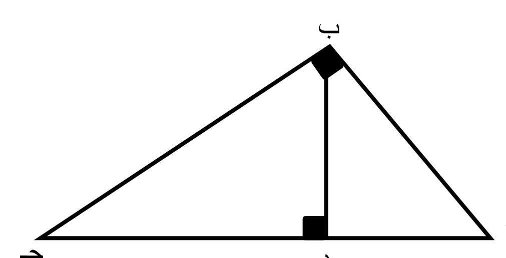
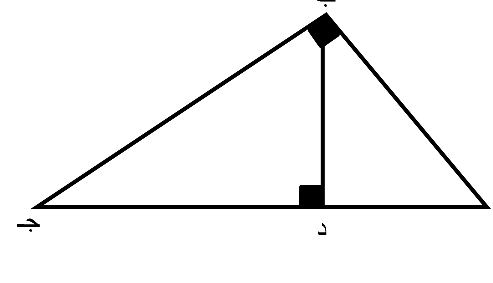
٦) مسقط نقطة تنتمى لمستقيم على هذا المستقيم هى ....

٧) فى المثلث أ ب جـ إذا كان (أ جـ)^2 + (أ ب)^2 > (ب جـ)^2 فإن زاوية أ تكون ....

٨) فى المثلث س ص ع إذا كان (ص س)^2 + (ص ع)^2 < (س ص)^2 فإن زاوية ع تكون ....

٩) فى الشكل المرسوم :


Δ أ ب جـ قائم الزاوية فى ب ، ب د ⊥ أ جـ

أ) مسقط أ ب على أ جـ هو ....

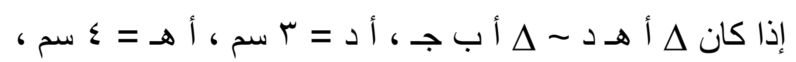
ب) (أ ب)^2 = أ د × ....

جـ) (ب د)^2 = أ د × ....

د) (ب جـ)^2 = جـ د × ....

هـ) Δ أ ب جـ ~ Δ .... Δ ....

١٠) فى الشكل المقابل :


إذا كان Δ أ هـ د ~ Δ أ ب جـ ، أ د = ٣ سم ، أ هـ = ٤ سم ،

ب جـ = ١٠ سم ، ب د = ٥ سم فإن :

أ) ق (أ دˆ هـ) = ق (∠ ....)

ب) ق (ب أˆ جـ) = ق (∠ ....)

جـ) د هـ = ... سم   د) هـ جـ = ... سم

١١) مساحة المستطيل الذى طول أحد أبعاده ١٢ سم وطول قطره ١٣ سم يساوى ....

١٢) المثلث الذى أطوال أضلاعه ٣ سم ، ٤ سم ، ٥ سم يكون .... الزاوية .

١٣) مثلثان متشابهان أطوال أضلاع أحدهما ٩ سم ، ١٢ سم ، ١٦ سم ، ومحيط الآخر ١٤٨ سم

فإن أطوال أضلاع المثلث الآخر هى .... ، .... ، ....

ثانيًا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) إذا كان Δ أ ب جـ ~ Δ د هـ و ، أ ب = $\frac{١}{٤}$ د هـ

فإن محيط Δ أ ب جـ = ... محيط Δ د هـ و

أ) ٤　　　ب) ٢　　　جـ) $\frac{١}{٢}$　　　د) $\frac{١}{٤}$

٢) طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم .... طول القطعة المستقيمة الأصلية .

أ) $\leq$　　　ب) $<$　　　جـ) $\geq$　　　د) $>$

٣) Δ أ ب جـ منفرج الزاوية فى أ فيه أ ب = ٥ سم ، ب جـ = ٨ سم فإن أ جـ = ... سم

أ) ٥　　　ب) ٧　　　جـ) ٨　　　د) ١٣

٤) المثلث الذى أطوال أضلاعه ٣ سم ، ٤ سم ، ٥ سم تكون مساحته = ... سم^٢ .

أ) ١٢　　　ب) ١٠　　　جـ) ٨　　　د) ٦

٥) إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين تساوى .... فإن المثلثين متطابقان .

أ) ١　　　ب) ٢　　　جـ) ٠,٥　　　د) ٠,٢٥

٦) Δ أ ب جـ فيه (أ جـ)^٢ = (ب جـ)^٢ – (أ ب)^٢ فإن الزاوية أ تكون :

أ) حادة　　　ب) قائمة　　　جـ) منفرجة　　　د) مستقيمة

٧) مثلث أطوال أضلاعه ٥ سم ، ١٢ سم ، ١٣ سم تكون مساحته بالسم^٢ = ...

أ) ٣٠　　　ب) ٣٢,٥　　　جـ) ٧٨　　　د) ١٤٤

٨) Δ أ ب جـ منفرج الزاوية فى ب ، أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٥ سم فإن أ جـ = ...

أ) ٨ سم　　　ب) ٧ سم　　　جـ) ٥ سم　　　د) ٤ سم

٩) المضلعان المتشابهان زواياهما المتناظرة .... فى القياس .

أ) متساوية　　　ب) مختلفة　　　جـ) متناسبة　　　د) متبادلة



١٠) العمود المرسوم من رأس القائمة فى المثلث القائم الزاوية على الوتر يقسمه إلى مثلثين

أ) منفرجى الزاوية　　　ب) حادى الزوايا

جـ) متساويى الأضلاع　　　د) متشابهين

١١) أ ب جـ مثلث فيه أ د ⊥ ب جـ ، فإن مسقط أ ب على ب جـ هو :

أ) ب د　　　ب) د جـ　　　جـ) أ جـ　　　د) أ ب

١٢) Δ أ ب جـ فيه (أ ب)^2 + (ب جـ)^2 > (أ جـ)^2 فإن (ب) تكون :

أ) حادة　　　ب) قائمة　　　جـ) منفرجة　　　د) منعكسة

١٣) قطر المربع الذى مساحته ٥٠ سم^2 تساوى :

أ) ١٠ سم　　　ب) ٢٠ سم　　　جـ) ٣٠ سم　　　د) ٤٠ سم

١٤) Δ أ ب جـ فيه (أ ب)^2 + (أ جـ)^2 + (ب جـ)^2 ، ق (ب) = ٤٠° فإن ق (أ) = ...

أ) ٤٠°　　　ب) ٥٠°　　　جـ) ٩٠°　　　د) ١٣٠°



١٥) فى الشكل المقابل :

إذا كان Δ أ د هـ ~ Δ أ ب جـ

فإن طول ب جـ بالسنتيمترات يساوى :

أ) ٣　　　ب) ٤

جـ) ٦　　　د) ٨

ثالثاً : أسئلة المقال :

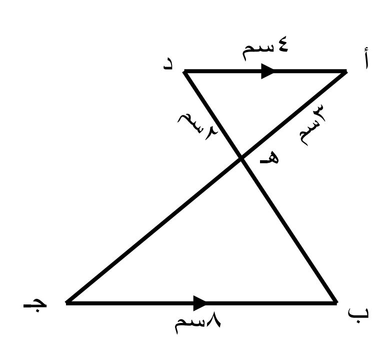
(١) حدد نوع (ب) فى Δ أ ب جـ اذا كان :

أ) أ ب = ٧ سم ، ب جـ = ١٢ سم ، أ جـ = ٨ سم

ب) أ ب = ٥ سم ، ب جـ = ٨ سم ، أ جـ = ١١ سم

جـ) أ ب = ٦ سم ، ب جـ = ٣,٦ سم ، أ جـ = ٤,٨ سم

(٢) فى الشكل المقابل:



$\overline{أد}$ // $\overline{ب جـ}$ ، أ د = ٤ سم

ب جـ = ٨ سم ، أ هـ = ٣ سم ، هـ د = ٢ سم

أولاً : أثبت أن Δ أ هـ د ~ Δ جـ هـ ب

ثانيًا : اوجد محيط Δ هـ ب جـ

(٣) فى الشكل المقابل :

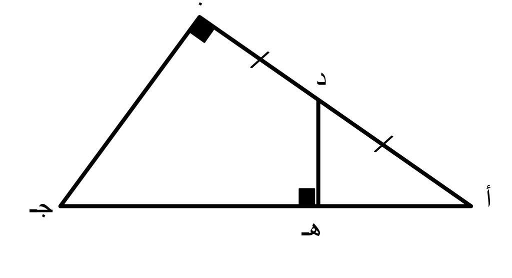
أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٤ سم

أ د = ١٣ سم ، جـ د = ١٢ سم

ق $(\widehat{ب})$ = ٩٠°

أثبت أن ق $(\widehat{أ جـ د})$ = ٩٠°

(٤) فى الشكل المقابل :



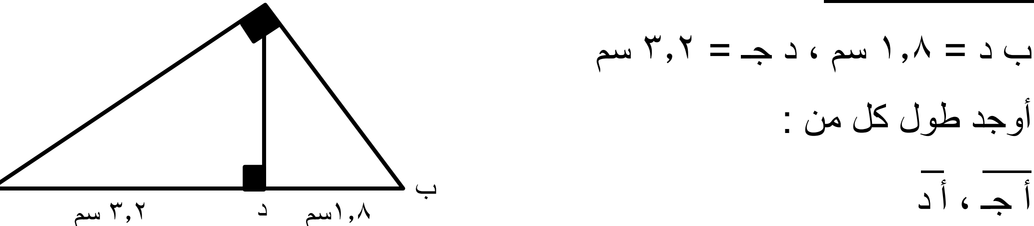
أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب ،

د منتصف $\overline{أ ب}$ ،

$\overline{د هـ}$ ⊥ $\overline{أ جـ}$ ، أ ب = ٨ سم ، ب جـ = ٦ سم

أوجد طول $\overline{د هـ}$

(٥) فى الشكل المقابل :



ب د = ١,٨ سم ، د جـ = ٣,٢ سم

أوجد طول كل من :

$\overline{أ جـ}$ ، $\overline{أ د}$



(٦) في الشكل المقابل :

أ ب جـ د شكل رباعى فيه ق (أ بَ د) = ٩٠°

ق (ب جَـ د) = ٩٠° ، ق (ب دَ جـ) = ٣٠°

أ ب = ٣ سم ، أ د = ٥ سم

أوجد طول ب جـ

أ ٣ سم ٥ سم ب د ٣٠° جـ

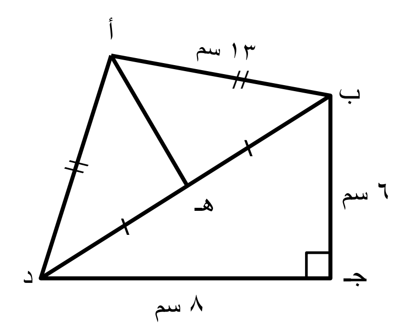
(٧) في الشكل المقابل :

أ ب جـ د شكل رباعى فيه

ق (جَـ) = ٩٠° ، أ ب = أ د = ١٣ سم

ب جـ = ٦ سم ، جـ د = ٨ سم ، هـ منتصف ب د

أوجد مساحة سطح الشكل أ ب جـ د



(٨) في الشكل المقابل :

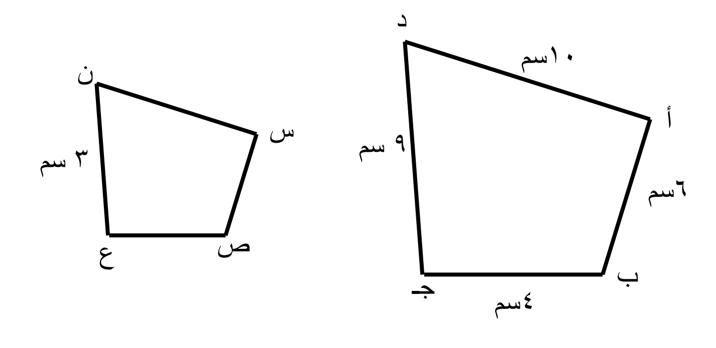
المضلع أ ب جـ د ~ المضلع س ص ع ن

أ ب = ٦ سم ، ب جـ = ٤ سم

جـ د = ٩ سم ، د أ = ١٠ سم ،

ع ن = ٣ سم

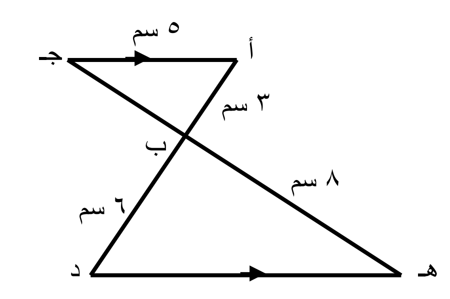
أوجد طول كلاً من س ص ، ص ع ، س ن



(٩) في الشكل المقابل :

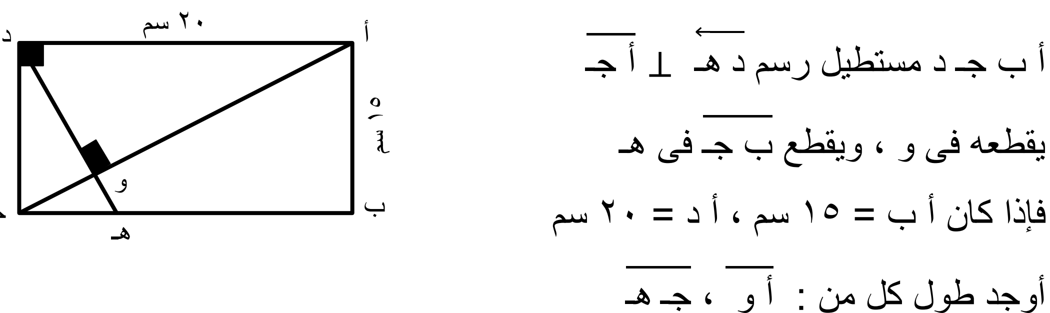
أولاً : أثبت أن Δ أ ب جـ ~ Δ د ب هـ

ثانيًا : أوجد طول كل من ب جـ ، هـ د





(١٠) فى الشكل المقابل :



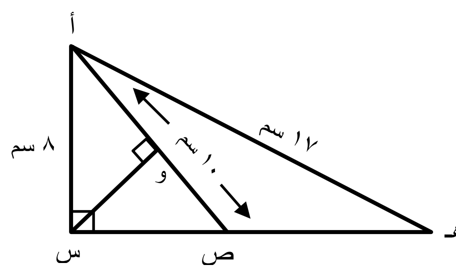
أ ب جـ د مستطيل رسم د هـ ⊥ أ جـ

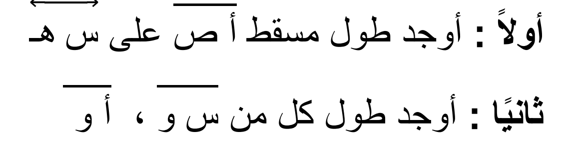
يقطعه فى و ، ويقطع ب جـ فى هـ

فإذا كان أ ب = ١٥ سم ، أ د = ٢٠ سم

أوجد طول كل من : أ و ، جـ هـ

(١١) فى الشكل المقابل :





أولاً : أوجد طول مسقط أ ص على س هـ

ثانيًا : أوجد طول كل من س و ، أ و

١٢) قطعة أرض مستطيلة الشكل طولها ضعف عرضها ومساحتها ٢٠٠ متر مربع رسمت بمقياس رسم ١ : ٢٠٠ . أوجد بعدى هذه القطعة فى الرسم .

إجابات الجزء الأول

أولاً : أكمل ما يأتى :

١) مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × القاعدة × الارتفاع المناظر لها = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٦ = ٣٠ سم^{٢}

٢) متساويان

٣) مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ × حاصل ضرب القطرين = $\frac{١}{٢}$ × ١٢ × ٨ = ٤٨ سم^{٢}

٤) متساويان

٥) مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ × (مجموع القاعدتين المتوازيتين) × الارتفاع

= $\frac{١}{٢}$ × (٦ + ١٠) × ٥ = ٤٠ سم^{٢}

٦) يكون رأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة

٧) أحدهما يحمل هذه القاعدة متساويان فى المساحة .

٨) مثلثين متساويان فى المساحة

٩) طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

١٠) متوازيين ، متساوية فى المساحة

١١) $\frac{١}{٢}$ س ص

١٢) $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٨ = ٢٤ سم^{٢}

١٣) مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع

= ٩ × ٦ = ٥٤ سم^{٢}

١٤) متساويتان فى القياس

١٥) مساحة متوازى الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

= ٩ × ٤ = ٣٦ سم^{٢}

الارتفاع الأكبر = $\frac{\text{المساحة}}{\text{القاعدة المناظرة}}$ = $\frac{٣٦}{٦}$ = ٦ سم

١٦) القاعدة المتوسطة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ × (مجموع القاعدتين المتوازيتين)

= $\frac{١}{٢}$ × (٥ + ٧) = ٦ سم

الارتفاع = $\frac{\text{المساحة}}{\text{القاعدة المتوسطة}}$ = $\frac{٤٢}{٦}$ = ٧ سم

١٧) طول ضلع المعين = $\frac{\text{المحيط}}{٤}$ = $\frac{٢٠}{٤}$ = ٥ سم

مساحة المعين = طول الضلع × الارتفاع = ٥ × ٤ = ٢٠ سم^٢

١٨) طول قطر المربع = $\sqrt{٢ \times \text{المساحة}}$ = $\sqrt{٢ \times ٥٠}$ = ١٠ سم

١٩) مساحة المستطيل = الطول × العرض = ٩ × ١٦ = ١٤٤ سم^٢

مساحة المربع = ١٤٤ سم^٢

طول ضلع المربع = $\sqrt{\text{المساحة}}$

= $\sqrt{١٤٤}$ = ١٢ سم

٢٠) طول القاعدة المتوسطة = $\frac{\text{المساحة}}{\text{الارتفاع}}$ = $\frac{٣٠}{٥}$ = ٦ سم

ثانيًا : اختر الإجابة الصحيحة :

١) طول قاعدة المثلث = $\frac{٢ \times \text{المساحة}}{\text{الارتفاع المناظر}}$ = $\frac{٢ \times ٣٠}{٦}$ = ١٠ سم

٢) مساحة متوازى الأضلاع = القاعدة × الارتفاع المناظر لها

= ٧ × ٤ = ٢٨ سم^٢

٣) مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع

= ١٠ × ٨ = ٨٠ سم^٢

٤) المربع

٥) يتطابقان

٦) مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ × حاصل ضرب القطرين = $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٨ = ٢٤ سم^٢

٧) ٢ : ١

٨) طول قطر المربع = $\sqrt{٢ \times المساحة}$ = $\sqrt{٢ \times ١٨}$ = ٦ سم

٩) يوزاى القاعدة

١٠) المربع

١١) مساحة المستطيل = الطول × العرض = ٥ × ٤ = ٢٠ سم^{٢}

١٢) مساحة متوازى الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

= ٨ × ٤,٥ = ٣٦ سم^{٢}

مساحة المربع = ٣٦ سم^{٢}

طول ضلع المربع = $\sqrt{المساحة}$ = $\sqrt{٣٦}$ = ٦ سم

١٣) متساويين فى المساحة

١٤) طول الضلع = $\sqrt{٨١}$ = ٩ سم

المحيط = طول الضلع × ٤ = ٩ × ٤ = ٣٦ سم

١٥) طول أحد القطرين = $\frac{٢ \times المساحة}{القطر الآخر}$ = $\frac{٢ \times ٢٤}{٦}$ = ٨ سم

ثالثاً : أسئلة إنتاج الإجابة :

(١) البرهان :

فى ▭ ▱ أ ب جـ د ، أ ب هـ و

∵ $\overline{أ ب}$ قاعدة مشتركة

$\overleftrightarrow{أ ب}$ // $\overleftrightarrow{و جـ}$

∴ م (▱ أ ب هـ و) = م (▭ أ ب جـ د)

= ١٠ × ٣ = ٣٠ سم^{٢}

فى Δ أ س و ، ▱ أ ب هـ و

∵ $\overline{أ و}$ قاعدة مشتركة

$\overleftrightarrow{أ و}$ // $\overleftrightarrow{ب هـ}$ ، س ∈ $\overleftrightarrow{ب هـ}$

∴ م (Δ أ س و) = م (▱ أ ب هـ و)

= $\frac{١}{٢}$ × ٣٠ = ١٥ سم^{٢}

(٢) البرهان :

فى ΔΔ أ د ب ، أ د جـ

∵ $\overline{\text{أ د}}$ قاعدة مشتركة
$\overleftrightarrow{\text{أ د}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$

∴ م (Δ أ د ب) = م (Δ أ د جـ)

وبحذف م (Δ أ م د) من الطرفين

∴ م (Δ أ م ب) = م (Δ د م جـ) (١)

فى Δ م ب جـ

∵ س منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$

∴ $\overline{\text{م س}}$ متوسط

∵ $\overline{\text{م س}}$ متوسط

∴ م (Δ م س ب) = م (Δ م س جـ) (٢)

بجمع (١) ، (٢)

م (الشكل أ ب س م) = م (الشكل د جـ س م)

(٣) مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ (مجموع القاعدتين المتوازيتين)× الارتفاع

٨٨ = $\frac{١}{٢}$ × (١٠ + س) × ٨

١٠ + س = $\frac{٨٨}{\frac{١}{٢} \times ٨}$

١٠ + س = ٢٢ ← س = ٢٢ - ١٠

س = ١٢ سم

(٤) البرهان :

فى ΔΔ أ د ب ، أ د جـ

∵ أ د قاعدة مشتركة
أ د // ب جـ

∴ م (Δ أ د ب) = م (Δ أ د جـ) (١)

∵ م (Δ أ س ب) = م (Δ د ص جـ) (٢)

وبطرح (٢) من (١)

∴ م (Δ أ د س) = م (Δ أ د ص)

فى ΔΔ أ د س ، أ د ص

∵ م (Δ أ د س) = م (Δ أ د ص)
∴ أ د قاعدة مشتركة وهما فى جهة واحدة منها

∴ أ د // س ص

(٥) البرهان :

فى ▱▱ أ ب جـ د ، أ هـ و د

∵ أ د قاعدة مشتركة
أ د // ب و

م (▱ أ ب جـ د) = م (▱ أ هـ و د) (١)

فى ▱ أ ب جـ د ، Δ أ ب س

∵ أ ب قاعدة مشتركة
أ ب // د جـ ، س ∈ د جـ

∴ م (Δ أ ب س) = $\frac{١}{٢}$ م (▱ أ ب جـ د) (٢)

فى ▱ أ هـ و د ، Δ د و س

∵ د و قاعدة مشتركة
د و // أ هـ ، س ∈ أ هـ

∴ م (Δ د و س) = $\frac{١}{٢}$ م (▱ أ هـ و د) (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣)

∴ م (Δ أ ب س) = م (Δ د و س)

(٦) مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ (مجموع القاعدتين المتوازيتين)× الارتفاع

= $\frac{١}{٢}$ (٧ + ١١) × ٤ = = ٣٦ سم^{٢}

∵ قطعتا الأرض متساويتان فى المساحة

∴ مساحة المربع = ٣٦ سم^{٢}

طول ضلع المربع = $\sqrt{\text{المساحة}}$ = $\sqrt{٣٦}$ = ٦ سم

محيط المربع = طول الضلع × ٤

= ٦ × ٤ = ٢٤ سم

(٧) البرهان :

∵ م (Δ أ د جـ) = م (Δ أ هـ ب)

وبطرح م (Δ أ د هـ) من الطرفين

∴ م (Δ د هـ ب) = م (Δ د هـ جـ)

فى ΔΔ د هـ ب ، د هـ جـ

∵ م (Δ د هـ ب) = م (Δ د هـ جـ)

$\overline{\text{د هـ}}$ قاعدة مشتركة وهما فى جهة واحدة منها

∴ $\overline{\text{د هـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

(٨) البرهان :

فى Δ أ ب جـ

∵ $\overline{\text{أ س}}$ متوسط

∴ م (Δ أ س ب) = م (Δ أ س جـ) (١)

فى Δ ص ب جـ

∵ $\overline{\text{ص س}}$ متوسط

∴ م (Δ ص س ب) = م (Δ ص س جـ) (٢)

وبطرح (٢) من (١)

∴ م (Δ أ ص ب) = م (Δ أ ص جـ)

(٩) البرهان :

فى ΔΔ أ د ب ، أ د جـ

∵ أ د قاعدة مشتركة
أ د // ب جـ

∴ م (Δ أ د ب) = م (Δ أ د جـ)

∵ م (Δ أ د ب) = م (Δ أ د جـ)

وبطرح م (Δ أ م د) من الطرفين

∴ م (Δ أ م ب) = م (Δ د م جـ) (١)

فى ΔΔ م س ب ، م ص جـ

∵ (م) رأس مشتركة
ب س = جـ ص

∴ م (Δ م س ب) = م (Δ م ص جـ) (٢)

وبجمع (١) ، (٢)

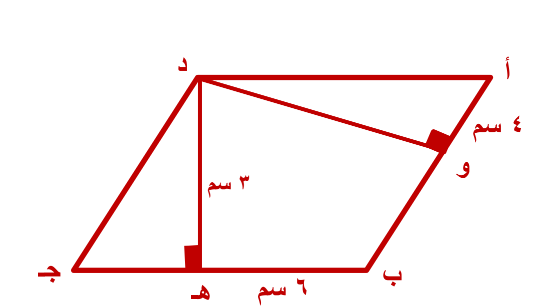
∴ م (الشكل أ ب س م) = م (الشكل د جـ ص م)

(١٠) مساحة متوازى الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

= ٦ × ٣ = ١٨ سم^{٢}

د و (الارتفاع) = $\frac{\text{المساحة}}{\text{القاعدة المناظرة}}$

د و = $\frac{١٨}{٤}$ = ٤,٥ سم





إجابات الجزء الثانى

أولاً : أكمـل :

١) $\overline{ب جـ}$ ٢) (جـ) ٣) متشابهان ٤) متساوية

٥) أ جـ = $\sqrt{(١٢)^٢ + (٥)^٢}$ = ١٣ سم ٦) نفس النقطة ٧) منفرجة

٨) حادة ٩) أ) $\overline{أ د}$ ب) أ جـ جـ) د جـ

د) جـ أ هـ) ∆ أ د ب ~ ∆ ب د جـ

١٠) أ) ق (أ جـ ب) ب) ق (هـ أ د)

جـ) ∵ ∆ أ هـ د ~ ∆ أ ب جـ

∴ $\frac{أ هـ}{أ ب} = \frac{هـ د}{ب جـ} = \frac{أ د}{أ جـ}$

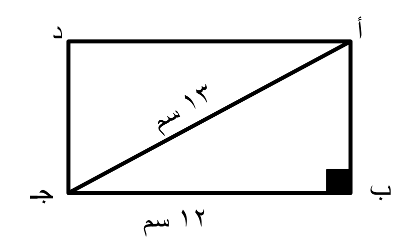
∴ $\frac{٤}{٨} = \frac{هـ د}{١٠} = \frac{٣}{أ جـ}$

∴ هـ د = $\frac{١٠ \times ٤}{٨}$ = ٥ سم

د) ∵ أ جـ = $\frac{٣ \times ٨}{٤}$ = ٦ سم

∴ هـ جـ = ٦ - ٤ = ٢ سم

١١) ∵ أ ب جـ د مستطيل



∴ ق (أ ب جـ) = ٩٠°

فى ∆ أ ب جـ

∵ أ ب = $\sqrt{(١٣)^٢ - (١٢)^٢}$ = ٥ سم (فيثاغورث)

∴ مساحة المستطيل = الطول × العرض

= ١٢ × ٥ = ٦٠ سم^٢

١٢) $(٥)^٢ = ٢٥$

∵ $(٣)^٢ + (٤)^٢ = ٢٥$

∴ ∆ يكون قائم الزاوية

١٣) نفرض أن ∆ الأول هو أ ب جـ ، ∆ الثانى أَ بَ جَ

محيط ∆ أ ب جـ = ٩ + ١٢ + ١٦ = ٣٧ سم

∵ ∆ أ ب جـ ~ ∆ أَ بَ جَ

∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{أَ بَ}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{بَ جَ}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{أَ جَ}} = \frac{\text{محيط ∆ أ ب جـ}}{\text{محيط ∆ أَ بَ جَ}}$

∴ $\frac{٩}{\text{أَ بَ}} = \frac{١٢}{\text{بَ جَ}} = \frac{١٦}{\text{أَ جَ}} = \frac{٣٧}{١٤٨}$

∴ أَ بَ = $\frac{٩ \times ١٤٨}{٣٧}$ = ٣٦ سم

∴ بَ جَ = $\frac{١٢ \times ١٤٨}{٣٧}$ = ٤٨ سم

∴ أَ جَ = $\frac{١٦ \times ١٤٨}{٣٧}$ = ٦٤ سم

ثانيًا : أختر الإجابة الصحيحة :

١) $\frac{١}{٤}$ ٢) ≥

٣) لكى تصلح الأطوال أضلاع للمثلث يجب أن يكون

الفرق بين الضلعين الأخرين < الضلع الثالث < مجموع الضلعين الآخريين

٨ - ٥ < الضلع الثالث < ٨ + ٥

٣ < الضلع الثالث < ١٣

∵ ∆ منفرج فى أ

∴ $\overline{\text{ب جـ}}$ هو أكبر الأضلاع

∴ $(\text{ب جـ})^٢ > (\text{أ ب})^٢ + (\text{أ جـ})^٢$

∴ ٦٤ > ٢٥ + ...

∴ أ جـ = ٥ سم

٤) نوع المثلث قائم الزاوية

∴ مساحة ∆ = $\frac{١}{٢}$ × ٣ × ٤ = ٦ $\text{سم}^٢$

٥) ١





٦) ∵ $(أ جـ)^2 = (ب جـ)^2 - (أ ب)^2$

∴ $(ب جـ)^2 = (أ جـ)^2 + (أ ب)^2$

∴ المثلث قائم فى أ

∴ أ زاوية قائمة

٧) من نوع المثلث

$(١٣)^2 = ١٦٩$

∵ $(٥)^2 + (١٢)^2 = ١٦٩$

∴ المثلث قائم الزاوية

∴ م △ = $\frac{١}{٢}$ × ٥ × ١٢ = ٣٠ سم^2

٨) ٥ - ٣ > الضلع الثالث > ٥ + ٣

٢ > الضلع الثالث > ٨

∵ △ منفرج الزاوية فى ب

∴ $\overline{أ جـ}$ هو الأكبر الأضلاع

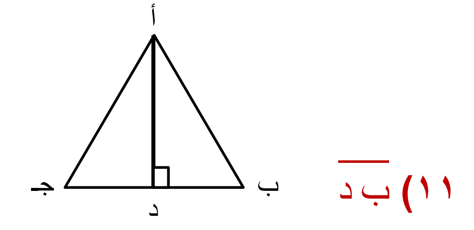
∴ $(أ جـ)^2 < (أ ب)^2 + (ب جـ)^2$

∴ $(أ جـ)^2 < (٣)^2 + (٥)^2$

∴ $(أ جـ)^2 < ٣٤$

∴ أ جـ = ٧ سم

٩) متساوية ١٠) متشابهين ١١) $\overline{ب د}$



١٢) منفرجة ١٣) القطر = $\sqrt{٢}$ × المساحة = $\sqrt{٢ × ٥٠}$ = ١٠ سم

١٤) ∵ $(أ ب)^2 = (أ جـ)^2 + (ب جـ)^2$

∴ △ قائم الزاوية فى جـ

∵ ق $(\widehat{جـ})$ = ٩٠° ، ق $(\widehat{ب})$ = ٤٠°

∴ ق $(\widehat{أ})$ = ١٨٠° - (٩٠° + ٤٠°) = ٥٠°

١٥) ∵ △ أ د هـ ~ △ أ ب جـ

∴ $\frac{\text{أ د}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{د هـ}}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{أ هـ}}{\text{أ جـ}}$

∴ $\frac{١}{٣} = \frac{٢}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{أ هـ}}{\text{أ جـ}}$

∴ ب جـ = $\frac{٢ \times ٣}{١}$ = ٦ سم

ثالثاً : أسئلة المقال

(١) ∵ المطلوب تحديد نوع ($\widehat{\text{ب}}$)

∴ الضلع $\overline{\text{أ جـ}}$ هو أساس المقارنة

أ) $(\text{أ جـ})^٢ = (٨)^٢ = ٦٤$

∵ $(\text{أ ب})^٢ + (\text{ب جـ})^٢ = (٧)^٢ + (١٢)^٢$

$= ١٩٣ > (\text{أ جـ})^٢$

∴ ($\widehat{\text{ب}}$) زاوية حادة

ب) $(\text{أ جـ})^٢ = (١١)^٢ = ١٢١$

∵ $(\text{أ ب})^٢ + (\text{ب جـ})^٢ = (٥)^٢ + (٨)^٢$

$= ٨٩ < (\text{أ جـ})^٢$

∴ ($\widehat{\text{ب}}$) زاوية منفرجة

جـ) $(\text{أ جـ})^٢ = (٤,٨)^٢ = ٢٣,٠٤$

∵ $(\text{أ ب})^٢ + (\text{ب جـ})^٢ = (٦)^٢ + (٣,٦)^٢$

$= ٤٨,٩٦ > (\text{أ جـ})^٢$

∴ ($\widehat{\text{ب}}$) زاوية حادة

(٢) البرهان : فى ∆∆ أ هـ د ، جـ هـ ب

∵ $\overline{أد}$ // $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{أ جـ}$ ، $\overline{د ب}$ قاطعان

∴ ق ($\hat{أ}$) = ق ($\widehat{جـ}$) ، ق ($\hat{د}$) = ق ($\widehat{ب}$) بالتبادل

∴ ق ($\widehat{أ هـ د}$) = ق ($\widehat{جـ هـ ب}$)

∴ ∆ أ هـ د ~ ∆ جـ هـ ب

ومنها :

$\frac{أ هـ}{جـ هـ} = \frac{هـ د}{هـ ب} = \frac{أ د}{جـ ب}$

$\frac{٣}{جـ هـ} = \frac{٢}{هـ ب} = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

$\frac{٣}{جـ هـ} = \frac{١}{٢}$ ← جـ هـ = $\frac{٣ \times ٢}{١}$ = ٦ سم

$\frac{٢}{هـ ب} = \frac{١}{٢}$ ← هـ ب = $\frac{٢ \times ٢}{١}$ = ٤ سم

∴ محيط ∆ هـ ب جـ = ٨ + ٦ + ٤ = ١٨ سم

(٣) البرهان : فى ∆ أ ب جـ

∵ ق ($\widehat{ب}$) = ٩٠°

∴ أ جـ = $\sqrt{(٤)^٢ + (٣)^٢}$ = ٥ سم " فيثاغورث "

فى ∆ أ جـ د

∵ $(أ د)^٢ = (١٣)^٢ = ١٦٩$

، $(أ جـ)^٢ + (د جـ)^٢ = (٥)^٢ + (١٢)^٢$

$= ١٦٩ = (أ د)^٢$

∴ ق ($\widehat{أ جـ د}$) = ٩٠°

(٤) البرهان : فى Δ أ هـ د ، Δ أ ب جـ

∵ ق ($\hat{أ}$) زاوية مشتركة ، ق (أ هـ د) = ق (ب) = ٩٠°

∴ ق (أ د هـ) = ق (أ جـ ب)

∴ Δ أ هـ د ~ Δ أ ب جـ

ومنها :

$\frac{أ هـ}{أ ب} = \frac{هـ د}{ب جـ} = \frac{أ د}{أ جـ}$

$\frac{أ هـ}{٨} = \frac{هـ د}{٦} = \frac{٤}{أ جـ}$

∵ أ جـ = $\sqrt{(٨)^٢ + (٦)^٢}$ = ١٠ سم (فيثاغورث)

∴ $\frac{أ هـ}{٨} = \frac{هـ د}{٦} = \frac{٤}{١٠} = \frac{٢}{٥}$

$\frac{أ هـ}{٨} = \frac{٢}{٥}$ ← أ هـ = $\frac{٢ \times ٨}{٥}$ = ٣,٢ سم

$\frac{هـ د}{٦} = \frac{٢}{٥}$ ← هـ د = $\frac{٦ \times ٢}{٥}$ = ٢,٤ سم

(٥) البرهان : فى Δ ب أ جـ

∵ ق ($\hat{أ}$) = ٩٠° ، $\overline{أ د} \perp \overline{ب جـ}$ ،

ب جـ = ١,٨ + ٣,٢ = ٥ سم

∴ (أ جـ)^٢ = جـ د × جـ ب " اقليدس "

= ٣,٢ × ٥ = ١٦

، أ جـ = $\sqrt{١٦}$ = ٤ سم

∵ (أ د)^٢ = د ب × د جـ

= ١,٨ × ٣,٢ = ٥,٧٦

∴ أ د = $\sqrt{٥,٧٦}$ = ٢,٤ سم

(٦) البرهان : فى Δ أ ب د

∵ ق (أ بَ د) = ٩٠°

∴ ب د = $\sqrt{(٥)^٢ - (٣)^٢}$ = ب د = ٤ سم " فيثاغورث "

فى Δ ب جـ د

∵ ق (جَ) = ٩٠° ، ق (ب دَ جـ) = ٣٠°

∴ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ ب د = ٢ سم

(٧) البرهان : فى Δ ب جـ د

∵ ق (جَ) = ٩٠°

∴ ب د = $\sqrt{(٨)^٢ + (٦)^٢}$ = ب د = ١٠ سم " فيثاغورث "

فى Δ أ ب د

∵ أ ب = أ د ، هـ منتصف $\overline{ب د}$

∴ $\overline{أ هـ} \perp \overline{ب د}$

فى Δ أ هـ ب

أ هـ = $\sqrt{(١٣)^٢ - (٥)^٢}$ = ١٢ سم " فيثاغورث "

∵ مساحة Δ أ ب د = $\frac{١}{٢}$ × ب د × أ هـ

= $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ١٢ = ٦٠ سم^٢

، مساحة Δ ب جـ د = $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٦ = ٢٤ سم^٢

∴ م الشكل أ ب جـ د = ٦٠ + ٢٤ = ٨٤ سم^٢

(٨) البرهان : ∵ أ ب جـ د ~ س ص ع ن

$$\therefore \frac{أ ب}{س ص} = \frac{ب جـ}{ص ع} = \frac{جـ د}{ع ن} = \frac{أ د}{س ن}$$

$$\frac{٦}{س ص} = \frac{٤}{ص ع} = \boxed{\frac{٩}{٣}} = \frac{١٠}{س ن} = \frac{٣}{١}$$

$$\frac{٦}{س ص} = \frac{٣}{١} \leftarrow س ص = \frac{٦ \times ١}{٣} = ٢ \text{ سم}$$

$$\frac{٤}{ص ع} = \frac{٣}{١} \leftarrow ص ع = \frac{٤ \times ١}{٣} = \frac{٤}{٣} \text{ سم}$$

$$\frac{١٠}{س ن} = \frac{٣}{١} \leftarrow س ن = \frac{١٠ \times ١}{٣} = \frac{١٠}{٣} \text{ سم}$$

(٩) البرهان : فى Δ أ ب جـ ، Δ د ب هـ

∵ $\overline{أ جـ}$ // $\overline{هـ د}$ ، $\overline{أ د}$ ، $\overline{جـ هـ}$ قاطعان

∴ ق ($\hat{أ}$) = ق ($\hat{د}$) ، ق $(\widehat{جـ})$ = ق $(\widehat{هـ})$ " بالتبادل "

∴ ق (أ $\widehat{ب}$ جـ) = ق (د $\widehat{ب}$ هـ)

∴ Δ أ ب جـ ~ Δ د ب هـ

ومنها :

$$\frac{أ ب}{د ب} = \frac{ب جـ}{ب هـ} = \frac{أ جـ}{د هـ}$$

$$\frac{٣}{٦} = \frac{ب جـ}{٨} = \frac{٥}{د هـ} = \frac{١}{٢}$$

$$\frac{ب جـ}{٨} = \frac{١}{٢} \leftarrow ب جـ = \frac{٨ \times ١}{٢} = ٤ \text{ سم}$$

$$\frac{٥}{د هـ} = \frac{١}{٢} \leftarrow د هـ = \frac{٥ \times ٢}{١} = ١٠ \text{ سم}$$

(١٠) البرهان : ∵ أ ب جـ د مستطيل

∴ أ ب = د جـ = ١٥ سم

فى Δ أ د جـ

∵ ق ($\hat{د}$) = ٩٠°

∴ أ جـ = $\sqrt{(٢٠)^٢ + (١٥)^٢}$ = ٢٥ سم " فيثاغورث "

(أ د)^٢ = أ و × أ جـ

(٢٠)^٢ = أ و × ٢٥

أ و = $\frac{(٢٠)^٢}{٢٥}$ = ١٦ سم " اقليدس "

جـ و = ٢٥ ـ ١٦ = ٩ سم

فى Δ د جـ و

∵ ق (د $\hat{و}$ جـ) = ٩٠°

∴ د و = $\sqrt{(١٥)^٢ - (٩)^٢}$ = ١٢ سم " فيثاغورث "

فى Δ د هـ جـ

∵ (جـ و)^٢ = و د × و هـ

∴ (٩)^٢ = ١٢ × و هـ

و هـ = $\frac{(٩)^٢}{١٢}$ = ٦,٧٥ سم " اقليدس "

فى Δ و هـ جـ

هـ جـ = $\sqrt{(٩)^٢ + (٦,٧٥)^٢}$ = ١١,٢٥ سم

(١١) البرهان : ∵ مسقط $\overline{\text{أ ص}}$ على $\overleftrightarrow{\text{س هـ}}$ هو $\overline{\text{س ص}}$

∴ فى ∆ أ س ص

∵ ق $(\widehat{\text{س}})$ = ٩٠°

∴ س ص = $\sqrt{(١٠)^٢ - (٨)^٢}$ = ٦ سم " فيثاغورث "

س و = $\frac{٦ \times ٨}{١٠}$ = ٤,٨ سم " اقليدس "

$(\text{أ س})^٢$ = أ و × أ ص

$(٨)^٢$ = أ و × ١٠

أ و = $\frac{(٨)^٢}{١٠}$ = ٦,٤ سم

(١٢) نفرض أن العرض = س الطول = ٢ س المساحة = ٢٠٠

س × ٢س = ٢٠٠ ← ٢$\text{س}^٢$ = ٢٠٠

$\text{س}^٢$ = $\frac{٢٠٠}{٢}$ ← $\text{س}^٢$ = ١٠٠

س = ١٠

العرض = ١٠ متر ، الطول = ٢ × ١٠ = ٢٠متر

رسم : حقيقى

١ : ٢٠٠

س : ١٠ ← العرض فى الرسم = $\frac{١ \times ١٠ \times ١٠٠}{٢٠٠}$ = ٥ سم

رسم : حقيقى

١ : ٢٠٠

س : ٢٠ ← الطول فى الرسم = $\frac{١ \times ٢٠ \times ١٠٠}{٢٠٠}$ = ١٠ سم